

LINEARE PROGRAMMIERUNG
IM SYSTEM DES BETRIEBLICHEN RECHNUNGSWESENS

von

JOACHIM FALK

Mainz 1962

LINEARE PROGRAMMIERUNG
IM SYSTEM DES BETRIEBLICHEN RECHNUNGSWESENS

Dissertation

vorgelegt der

Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der

Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

zur Erlangung des Grades eines Doktors der Staatswissenschaften

(Dr. rer. pol.)

von

Diplom-Volkswirt

JOACHIM FALK

aus

Markkleeberg

Mainz

1963

1. Referent: Prof. Dr. rer. pol. Karl Schwantag

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Dr. rer. pol.
Theodor Ellinger

Tag der mündl. Prüfung: 20. Dezember 1962



GESAMTHERSTELLUNG:

DITTERS BÜRODIENST, MAINZ, Augustinerstraße 64-66

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1 Einleitung	1
2 Die betriebswirtschaftliche Problematik der linearen Programmierung	12
21 Das algebraische Verfahren zur kurzfristigen Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms	12
211 Darstellung der Simplex-Methode	12
212 Die Koeffizienten der Zielgleichung	15
2121 Kosten- und Erlösfaktoren als Bestimmungsgrößen der Koeffizienten	15
2122 Das Iterationsverfahren bei fallenden Preis- Absatz-Funktionen. .	17
2123 Die Problematik bei Preisdifferenzierungen	22
213 Die Koeffizienten der einschränkenden Bedingungen	24
2131 Die technischen Kapazitäten der Produktionsfaktoren als einschränkende Bedingungen	24
21311 Der formelle Aufbau der Ungleichungen	24
21312 Der materielle Inhalt der Ungleichungen	25
21313 Marktdaten als einschränkende Bedingungen	29
21314 Die Berücksichtigung von Lagerbestandsänderungen an Halb- und Fertigfabrikaten bei der Koordination des Produktions- und des Absatzplanes	30
21315 Die Berücksichtigung innerbetrieblicher Leistungen der Hauptkostenstellen im linearen Programm	35
22 Das algebraische Verfahren zur langfristigen Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms	37
221 Die Grenzgewinne der Faktorenkomplexe als Kriterien der Wirtschaftlichkeit von Investitionen	37
222 Die duale Problemstellung der Simplex-Methode	39
223 Das Iterationsverfahren zum Zweck langfristiger Investitionsplanung	43

224	Das Fixkostenproblem bei langfristiger Investitionsplanung . . .	46
225	Das Ganzzahligkeitsproblem bei der Anwendung der Simplex-Methode auf Probleme der langfristigen Investitionsplanung . .	51
226	Dualwerte einschränkender Marktbedingungen	55
3	Der Einfluß der linearen Programmierung auf das Rechnungswesen	56
31	Das Kostenrechnungssystem als Voraussetzung für die Anwendung der Verfahren linearer Programmierung	56
311	Allgemeine Einflüsse der linearen Programmierung auf die Organisation des Rechnungswesens	56
312	Exkurs: Zur Frage der Gliederung des Rechnungswesens	59
313	Kostenrechnungssysteme und lineare Programmierung	60
314	Die Anwendung der Verfahren linearer Programmplanung in Verbindung mit Systemen der Istkosten- und der Normalkostenrechnung	65
315	Plankostenrechnungssysteme	65
3151	Übersicht	65
3152	Die starre Plankostenrechnung	66
3153	Die flexible Vollkostenrechnung	67
3154	Grenzkostenrechnungen	68
32	Lineare Programmierung auf der Grundlage des Systems der erweiterten Grenzplankostenrechnung und der Planerlösrechnung .	78
321	Organisatorische Grundlagen der Kostenplanung und der linearen Programmierung	78
3211	Überblick	78
3212	Der Stellenplan	79
3213	Der Kostenartenplan	84
3214	Der Kosten- und Leistungsträgerplan	85
3215	Bemerkungen zur Ablaufplanung	87
322	Das Verfahren der Kostenplanung	87

	Seite
3221 Überblick	87
3222 Planung der Stellenkosten	88
3223 Planung der Trägereinzelkosten und der Trägergemeinkosten ..	92
3224 Die Zurechnung der geplanten Stellenkosten auf die Träger ...	92
323 Das Prinzip des Soll-Ist-Vergleichs	95
324 Möglichkeiten der Erlösplanung	97
325 Das Koeffizientenschema	111
326 Die Ergebnisabweichung der Optimallösung	125
4 Schlußbetrachtung	126



Digitized by the Internet Archive
in 2026

1 Einleitung

Seitdem Menschen unternehmerisch tätig sind, bemühen sie sich um geeignete Indikatoren zur optimalen Lösung ihrer Entscheidungsprobleme. Die Notwendigkeit, Verfahren zur Ermittlung solcher Maßgrößen zu erarbeiten, verstärkte sich in demselben Maße, in dem sich die Produktions- und Absatzverhältnisse der Betriebe komplizierten. Der moderne Unternehmer bedarf daher konkreter Unterlagen, die ihm im Einzelfalle das Erkennen der optimalen Alternative erleichtern. Seine Entscheidung soll also nach Möglichkeit nur den Abschluß einer Wahlhandlung bilden.

Die Ergebnisse der betriebswirtschaftlichen Forschung haben dem Unternehmer in den vergangenen Jahrzehnten Methoden an die Hand gegeben, optimale Wahlmöglichkeiten weitgehend objektiv zu bestimmen. Eine der modernsten unter ihnen ist die Planungsrechnung. Ihre Zielsetzung ist auf zwei verschiedene Zwecke zugleich gerichtet. Zum einen soll die Planungsrechnung zukünftige Ereignisse und Entwicklungen, welche die wirtschaftliche Lage des Unternehmens in irgendeiner Form beeinflussen können, im voraus erkennen lassen, damit die Unternehmenspolitik für einen bestimmten lang- oder kurzfristigen Planungszeitraum optimal festgelegt werden kann. Ihre zweite Aufgabe besteht hingegen darin, für alle Betriebsbereiche und Kostenstellen Planvorgabewerte zu erarbeiten, um an Hand eines später durchzuführenden Vergleichs zwischen den Plangrößen und den effektiv erzielten Werten den Betriebsablauf kontrollieren zu können.

Die Planungsrechnung erstreckt sich über das gesamte Unternehmen. Systematisch beginnt sie im Engpaßbereich, das heißt, in jenem Unternehmensbereich, dessen vorgegebene Bedingungen der Vergrößerung der Unternehmensleistung die engsten Grenzen ziehen. Im allgemeinen wird es sich hierbei in denjenigen Unternehmungen, die einer freien Marktwirtschaft angehören, um den Absatzbereich handeln. Die Planwerte des Engpaßbereiches bilden dann die Ausgangsdaten für die Planung in jenen Bereichen, die vom Engpaßbereich organisatorisch am stärksten abhängig sind. Geht man von der Annahme aus, daß der Absatzbereich den Engpaß des Unternehmens bildet, geht die Planung von ihm auf den Produktions- und auf den Entwicklungsbereich und von hier auf den Verwaltungs- und Beschaffungsbereich über. Die Investitions- und Liquiditätsplanung sind ebenfalls Bestandteile dieses Systems. Die in den verschiedenen Planungsbereichen entwickelten Teilpläne werden im Kosten- und Erlösplan koordiniert, aus dem zum Schluß der Ergebnisplan entwickelt wird.

Die dualistische Zielsetzung der Planungsrechnung gipfelt darin, für einen zukünftigen Zeitraum, die Planungsperiode, das optimal erreichbare Unternehmensziel zu bestimmen. Für ein Unternehmen, das in einer freien Marktwirtschaft produziert und nach dem erwerbswirtschaftlichen Prinzip handelt, bedeutet das, daß die in den Teilplänen formulierten partiellen Ziele in der Weise aufeinander abzustimmen sind, daß das Unternehmen einen maximalen Gewinn realisiert. Will unter dieser Voraussetzung eine Geschäftsleitung die Gewinnwirksamkeit ihrer unternehmenspolitischen Maßnahmen kontrollieren, muß ihr das System der Planungsrechnung das Kriterium für das Vorliegen des Gewinnmaximums liefern.

Nach der klassischen Preistheorie (1) liegt das Gewinnmaximum eines Unternehmens - geometrisch betrachtet - auf der Abszisse des Schnittpunktes, den die Grenzerlösfunktion mit der Grenzkostenfunktion bildet. Diese Gesetzmäßigkeit gilt jedoch nur unter der Voraussetzung, daß der Schnittpunkt innerhalb der Fertigungskapazität des Unternehmens liegt. Ist die gewinnmaximale Absatzmenge dagegen größer als die Fertigungskapazität, befindet sich das realisierbare Gewinnmaximum an der Kapazitätsgrenze. Dies ist stets dann der Fall, wenn sowohl die Grenzerlösfunktion als auch die Grenzkostenfunktion konstante Funktionen sind, das heißt, wenn sie beide parallel zur Abszisse verlaufen.

Ob die Kostenfunktionen linear oder gekrümmt verlaufen, spielt für die Definition des Gewinnmaximums - Schnittpunkt der Grenzerlösfunktion mit der Grenzkostenfunktion oder Kapazitätsgrenze - keine Rolle. Nach Gutenberg und Plaut, deren Auffassung sich auch Kilger anschließt, ist der lineare Grenzkostenverlauf für die industrielle Güterproduktion als typisch anzusehen (2). In den folgenden Untersuchungen wird daher ausschließlich dieser Kostenverlauf unterstellt.

Die beiden Kriterien der Gewinnmaximierung sind jedoch nur in jenen Fällen brauchbar, in denen sie eindeutig bestimmt werden können. Dies ist nur dann

-
- (1) Vgl. hierzu: Schneider, Erich, Einführung in die Wirtschaftstheorie, Bd. II, 7. Aufl., Tübingen 1961, S. 116 ff.
 - (2) Vgl. hierzu: Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd. I: Die Produktion, 4. Aufl., Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, S. 243; Plaut, Hans Georg, Die Grenzplankostenrechnung, in: Z. f. B. 1955, S. 30; Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961, S. 114.

möglich, wenn entweder keine Kapazitätsbeschränkungen auftreten oder die Kapazitätsgrenzen definiert sind. Eine dieser Bedingungen ist jeweils in den folgenden Fällen erfüllt:

1. Fall: Besitzt eine Einproduktunternehmung eine konstante Preis-Absatz-Funktion, liegt das Gewinnmaximum an der Kapazitätsgrenze des Engpaßfaktors.
 2. Fall: Besitzt eine Einproduktunternehmung eine fallende Preis-Absatz-Funktion, liegt das Gewinnmaximum entweder am Cournotschen Punkt oder an der Kapazitätsgrenze des Engpaßfaktors, je nachdem, ob die gewinnmaximale Absatzmenge kleiner oder größer als die Kapazität des Engpaßfaktors ist.
 3. Fall: Bei Mehrproduktunternehmen mit starrer Kuppelproduktion (3) läßt sich aus den Grenzerlösfunktionen der einzelnen Kuppelprodukte durch Addition der Ordinatenwerte eine summarische Grenzerlösfunktion bestimmen. Voraussetzung hierfür ist, daß die Abszissenwerte, denen die Ordinatenwerte der partiellen Grenzerlösfunktionen zugeordnet werden, in einem für alle Kuppelprodukte gleichen Maßstab bestimmt werden, der jeweils dem aufgrund des starren Ausbringungsmengenverhältnisses für das einzelne Kuppelprodukt feststehenden Anteil am Gesamtertrag des Faktoreinsatzes entspricht. Das Gewinnmaximum liegt dann im Schnittpunkt der summarischen Grenzerlösfunktion mit der (gemeinsamen) Grenzkostenfunktion. Für die Gestalt der summarischen Grenzerlösfunktion ist allerdings von Bedeutung, ob alle Mengeneinheiten der erzeugten Kuppelprodukte abgesetzt werden müssen oder ob es möglich ist, diejenigen Mengeneinheiten eines einzelnen Kuppelproduktes, deren Verkauf einen negativen Erlöszuwachs bringt, zu vernichten.
 4. Fall: Bei einem Mehrproduktenunternehmen mit Parallelproduktion (4) gelten für jede einzelne Produktart dieselben Grundsätze zur Bestimmung des
-
- (3) Das Wesen der starren Kuppelproduktion besteht darin, daß mehrere Produkte gleichzeitig in einem einzigen Fertigungsprozeß hergestellt werden und zwischen den Ausbringungsmengen der einzelnen Produkte konstante Verhältnisse bestehen.
 - (4) Ein Mehrproduktunternehmen mit Parallelproduktion ist ein Unternehmen, in dem die Fertigungsprozesse der Produktarten so streng voneinander getrennt sind, daß jeder Produktionsfaktor jeweils nur am Fertigungsprozeß einer bestimmten Produktart beteiligt ist. Vgl. zu diesem Begriff: Kalveram, Wilhelm, Industrielles Rechnungswesen, Bd. III: Kostenrechnung, Wiesbaden 1957, S. 13.

Gewinnmaximums wie in den Fällen 1 oder 2, je nachdem, ob die in diesem Unternehmen hergestellten Produktarten konstante oder fallende Preis-Absatz-Funktionen besitzen. Das Gewinnmaximum des Unternehmens ist dann erreicht, wenn die gewinnmaximalen Absatzmengen der einzelnen Produktarten nach den jeweils geltenden Kriterien realisiert werden. Eine Wahlmöglichkeit für die Bestimmung des Planzieles existiert auch in diesem Falle nicht.

Im Gegensatz zu den genannten Fällen ist weder die Bedingung, daß keine Kapazitätsbeschränkungen vorliegen, noch die Bedingung, daß vorhandene Kapazitätsbeschränkungen des Engpaßfaktors eindeutig definiert sind, erfüllt, wenn ein Mehrproduktunternehmen seine Produktarten

- a) in alternativer Verbundproduktion (5) oder
- b) in unstarrer (flexibler) Kuppelproduktion (5a)

herstellt. In diesen beiden Fällen unterliegt die Herstellung der einzelnen Produktarten stets Produktionsbeschränkungen. Da nämlich bestimmte Produktionsfaktoren (5b) an den Fertigungsprozessen mehrerer Produktarten beteiligt sind, wird die Herstellung jeder dieser Produktarten auch durch die Herstellung der anderen jeweils quantitativ beschränkt. Diese Produktionsfaktoren bilden daher für jede Produktart, an deren Herstellung sie beteiligt sind, einschränkende Bedingungen. Wie groß - in Mengenwerten ausgedrückt - diese Einschränkungen für die einzelne Produktart sind, hängt also erstens von den Kapazitäten der einzelnen Produktionsfaktoren, zweitens von der Zahl der von diesen Fak-

-
- (5) Ein Unternehmen mit alternativer Verbundproduktion ist ein Unternehmen, in dem die Fertigungsprozesse der Produktarten technologisch in der Weise miteinander verbunden sind, daß bestimmte Produktionsfaktoren im Planungszeitraum an den Fertigungsprozessen mehrerer Produktarten beteiligt sind.
 - (5a) Ein Unternehmen mit unstarrer (flexibler) Kuppelproduktion ist dadurch charakterisiert, daß die Fertigungsprozesse mehrerer Produktarten zwar technologisch unlösbar miteinander verbunden sind, zwischen den Ausbringungsmengen der verschiedenen Produktarten aber keine eindeutig bestimmte Relation besteht.
 - (5b) Produktionsfaktoren im hier verwendeten Sinne des Begriffs sind Werkstoffe, Arbeitsleistungen und Betriebsmittel (vgl. Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd. I: Die Produktion, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, S. 56 ff.), und zwar wird jeder einzelne qualitätsbestimmte Werkstoff, jede einzelne qualitätsbestimmte Arbeitsleistung und jedes einzelne qualitätsbestimmte Betriebsmittel als selbständiger Produktionsfaktor definiert.

toren im einzelnen herzustellenden Mengeneinheiten der "konkurrierenden" Produktarten und drittens von der Zahl der Faktoreinsatzeinheiten ab, welche die Herstellung jeweils einer Einheit der verschiedenen Produktarten beansprucht. Welche der Produktionsfaktoren die Herstellungsmenge der einzelnen Produktart begrenzen, ist daher bei alternativen Mengenkombinationen verschieden. Aus diesem Grunde ändert sich die Engpaßkapazität des Betriebes bei alternativen Kombinationen dieser Art und ist infolgedessen nicht eindeutig bestimmt.

Der Gesamtgewinn des Unternehmens ist in diesen Fällen eine Funktion der Mengenkombinationen und der den Mengeneinheiten der verschiedenen Produktarten jeweils zuzuordnenden Stückgewinne. Die Mengenkombinationen sind aber wiederum Funktionen der Engpaßkapazitäten und der je Produkteinheit beanspruchten Faktoreinsatzeinheiten. Daher läßt sich der Gewinn als Funktion der Einsatzeinheiten aller Engpaßfaktoren und der den Mengeneinheiten jeweils zuzuordnenden Stückgewinne darstellen. Diese Funktion hat bei einer bestimmten Mengenkombination ihr Maximum, und zwar bei jener Kombination, bei der der Gewinn je Einsatzeinheit des Engpaßfaktors, der die Kapazität der Gesamtproduktion bei der betreffenden Mengenkombination repräsentiert, ein Maximum ergibt. In diesem Falle kann durch den Einsatz jeder weiteren Einsatzeinheit eines anderen Produktionsfaktors der Gewinn nicht mehr vergrößert werden, da die Engpaßkapazität die Herstellung jeder zusätzlichen Produkteinheit verhindert. Demgegenüber könnte durch jede zusätzlich beschaffbare Einheit des Engpaßfaktors ein bestimmter Zusatzgewinn erzielt werden. Dieser Gewinn je zusätzliche Faktoreinsatzeinheit wird im folgenden als Faktor-Grenzgewinn bezeichnet.

In den Fällen a) und b) ist das traditionelle Verfahren zur Bestimmung des Planzieles der Unternehmung unzureichend, da sich mit dem bisher verwendeten mathematischen Instrumentarium, der Infinitesimalrechnung, der Gewinn je Faktoreinsatzeinheit nicht bestimmen läßt. Die Funktionen der Faktorgewinne sind unstetig und daher nicht differenzierbar. Dagegen erscheinen die von den Amerikanern George B. Dantzig und Tjalling J. Koopmans entdeckten und von zahlreichen amerikanischen und europäischen Autoren weiterentwickelten Verfahren der linearen Programmierung (6) zur Bestimmung der Faktorgewinne als besonders geeignet. Diese Verfahren, von denen die Sim-

(6) Dantzig, George B., Maximization of a Linear Function Subject to Linear Inequalities, in: Koopmans, T.J. (Hrsg.), Activity Analysis of Production and Allocation, New York 1951.

plex-Methode und die Transportmethode besondere ökonomische Relevanz besitzen, haben ihren Ursprung in der Geometrie multidimensionaler Räume. Ihre Weiterentwicklung wurde weitgehend von den algebraischen Rechenmethoden der Vektor- und Matrizenrechnung bestimmt, so daß sich die mit ihnen verbundene wissenschaftliche Forschungstätigkeit auf die Verfeinerung der algebraischen Lösungsmöglichkeiten konzentriert. Die Verifizierung dieser Verfahren bei der Behandlung betriebswirtschaftlicher Planungsprobleme blieb im Schrifttum mit Ausnahme weniger Beiträge (7) auf vereinfachte Beispiele beschränkt, welche die grundsätzliche Anwendbarkeit dieser modernen Methoden der Unternehmensplanung auf bestimmte Spezialprobleme demonstrierten.

Im Gegensatz zu den Methoden der Infinitesimalrechnung gestatten die Verfahren der linearen Programmierung, die Extremwerte linearer Funktionen bei Berücksichtigung einschränkender Bedingungen (Nebenbedingungen) zu bestimmen. Schränkt man zum Beispiel das Gültigkeitsintervall einer linearen Gewinn-Funktion ein, indem man die technischen Kapazitäten der Produktionsfaktoren als Nebenbedingungen formuliert, ergibt sich als Lösung ein optimales Produktionsprogramm, das heißt eine bestimmte quantitative Kombination verschiedener Produktarten, deren Änderung nicht mehr zu einer weiteren Gewinnsteigerung führen kann. Das bedeutet wiederum, daß die partiellen Grenzgewinne der Produktionsfaktoren unter der Voraussetzung, daß die Engpaßkapazitäten konstant gehalten werden, gleich Null sind. Die Voraussetzung gilt im allgemeinen bei kurzfristiger Planung des Produktionsprogramms, bei der also keine Investitionen oder Divestitionen (8) vorgenommen werden können.

Bei langfristiger Planung sind dagegen Kapazitätsänderungen der Produktionsfaktoren zu berücksichtigen. Das heißt, daß in diesen Fällen die partiellen Grenzgewinne der Faktoren in Verbindung mit Investitionsüberlegungen bestimmt werden müssen. Dieses Problem kann mit Hilfe des sogenannten Duals

- (7) Die Anwendung der Verfahren linearer Programmierung auf praktische Fälle demonstrieren vor allem folgende Autoren: Churchman, Ackoff, Arnoff, Operations Research, Wien und München 1961; Massé, P., Application of Linear Programming to Investments in the Electric Power Industry, Management Science, Vol.3 (1957), S.149 ff.; Woitschach, M.-Wenzel, G., Lineare Planungsrechnung in der Praxis, Stuttgart 1959.
- (8) Vgl.: to divest (engl.) = entkleiden.

der Simplexmethode durch Matrizentransponierung gelöst werden (8a). Allerdings läßt sich der numerische Betrag der partiellen Grenzgewinne nach dem heutigen Stand der wissenschaftlichen Forschung den Faktoreinheiten noch nicht zurechnen. Immerhin ist es möglich, mit dem Dual festzustellen, welche Kapazitäten bei der ersten Optimallösung voll ausgelastet sind, welche Produktionsfaktoren Leerkapazitäten aufweisen und wie groß eine Gewinnsteigerung durch die Investition in einen bestimmten Produktionsfaktor ist. Derjenige Faktor, der den höchsten Grenzgewinn aufweist, ist der Engpaßfaktor des Betriebes. Wird seine Kapazität durch eine Investition erweitert, läßt sich ein größerer Gewinneffekt erzielen als bei einer anderen Investition im Betrieb. In welchem Umfang die Kapazität zu erweitern ist und welche Investitionssumme benötigt wird, läßt sich im Hinblick auf die realisierbare Gewinnsteigerung nicht feststellen. Diese Aussage kann nur nach ein- oder mehrmaliger Iteration der Rechnung getroffen werden. Verändert man nämlich die Ausgangsbedingungen der ersten Optimallösung um den Betrag der geplanten Kapazitätserweiterung, gelangt man zu einer zweiten Optimallösung, die man durch Iteration in eine dritte usw. und schließlich in eine absolute Optimallösung überführen kann. Jede dieser Lösungen ist jedoch nur unter der Voraussetzung die optimale, daß das Produktartensortiment, die Bruttostückgewinne der einzelnen Produktarten und die Faktorkombination konstant bleiben. Ändert sich eines dieser Elemente, ändert sich auch die optimale Produktkombination, da die partiellen Grenzgewinne der Produktionsfaktoren nur unter der Voraussetzung der Konstanz der Faktorkombination und der Bruttostückgewinne in der "optimalen" Lösung gleich Null sind.

Die Wahl der Faktorkombination ist eng mit dem produktionstheoretischen Element der linearen Programmplanung, dem Prozeß, verbunden. Dorfman, Samuelson, Solow sehen in ihm "a set of ratios obtaining among rates of consumption of various inputs and rates of production of various outputs" (9). Wittmann definiert ihn wie folgt: "Ein Prozeß ist eine produktionswirtschaftliche

(8a) Vgl. hierzu: Schwantag, Karl, Kapazitätsplanung und lineare Planungsrechnung, Festschrift für Fritz Henzel, in: Gegenwartsfragen der Unternehmung, Wiesbaden 1961; Winkel, Harald, Das Dualproblem in der linearen Planungsrechnung, in: Unternehmensforschung, Operations Research, Bd.3, 1959, Nr.3; Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: Z.f.b.F. 1960, S.526 ff.

(9) Dorfman, R. - Samuelson, P. A. - Solow, R., Linear Programming and Economic Analysis, New York - Toronto - London 1958, S.132.

Grundeinheit, die eine festliegende quantitative und qualitative Verknüpfung zwischen dem Einsatz von Produktionsfaktoren und den bei diesem Einsatz entstehenden Produktmengen zum Ausdruck bringt." "Der Prozeß kann aus einer einzigen technologischen Produktionsstufe, resp. einem einzigen verfahrensmäßigen Bearbeitungsgang bestehen, er mag aber auch eine Gruppe aufeinanderfolgender Elemente enthalten. Entscheidend ist aber, daß diese wiederholbar, und zwar in einer Weise wiederholbar sein müssen, daß damit in ihren Merkmalen keine Veränderung eintritt." (10)

Charakteristisch für das Verfahren der linearen Programmierung ist also die Konstanz des Verhältnisses, das einerseits zwischen Faktoreinsatz und Faktor-ertrag und andererseits zwischen dem Faktor-ertrag und dem Gewinn des Faktor-ertrages besteht. Die erste Relation wird bestimmt durch die Wahl spezifischer technologischer Fertigungsprozesse für jede Produktart, die zweite durch den konstanten Gewinn je Produkteinheit. Die an jedem einzelnen Fertigungsprozeß beteiligten Produktionsfaktoren bilden einen partiellen Faktorenring (11). In Mehrproduktunternehmen existieren also unter der Voraussetzung, daß jede Produktart in einem für sie spezifischen Fertigungsprozeß hergestellt wird, so viele Faktorenringe wie Produktarten vorhanden sind. Diejenigen Produktionsfaktoren, welche an mehreren Fertigungsprozessen beteiligt sind, gehören verschiedenen partiellen Faktorenringen an. Das bedeutet, daß sich die Faktorenringe in denjenigen Faktoren überschneiden, die im Planungszeitraum simultan an mehreren Fertigungsprozessen beteiligt sind. Jeder Faktorenring besitzt eine spezifische Produktionskapazität. Sie wird durch die Kapazität des in ihm enthaltenen Engpaßfaktors bestimmt. Treten die Engpaßkapazitäten in solchen Produktionsfaktoren auf, die an einem einzigen Fertigungsprozeß beteiligt sind, ist die Engpaßkapazität durch die Zahl der Einsatzeinheiten definiert, die der betreffende Faktor im Planungszeitraum maximal abgeben kann. Meist wird es sich jedoch bei den Engpaßkapazitäten um solche Faktoren handeln, die an mehreren Fertigungsprozessen simultan beteiligt sind. Hier wird die Kapazität eines Faktorenrings nicht nur durch die technische Kapazität des betreffenden Faktors, sondern auch durch die Zahl der an die übrigen Produktarten abzugebenden Einsatzeinheiten bestimmt. Steht nun die je spezifische

(10) Wittmann, Waldemar, Lineare Programmierung und traditionelle Produktionstheorie, in: Z.f.h.F., 1960, S.3.

(11) Diese Bezeichnung einer konstanten Kombination von Faktor-Elementar-einheiten mit limitationalem Faktor-ertrag verwendet Ragnar Frisch. Frisch, Ragnar, Einige Punkte einer Produktionstheorie mit Boden und Arbeit als Produktionsfaktoren, in: Z.f.N., Bd.3, 1932, S.64.

Produkteinheit in Anspruch genommene Zahl der Einsatzeinheiten des Engpaßfaktors technologisch eindeutig fest, sind die Engpaßkapazitäten der Faktorenringe jeweils in der Differenz der vom Engpaßfaktor im Planungszeitraum zur Verfügung gestellten Gesamtkapazität und der Summe der für die übrigen Fertigungsprozesse freigehaltenen Einsatzeinheiten definiert. Diese ergeben sich als (mathematische) Produkte aus der je spezifische Produkteinheit in Anspruch genommenen Zahl der Faktor-Einsatzeinheiten und der je Produktart herzustellenden Zahl der Gütereinheiten. Die im Planungszeitraum zu produzierende Gütermenge jeder Produktart ist also eine Funktion der Engpaßkapazität ihres Faktorenringes, und diese wiederum eine Funktion der von ihrem Engpaßfaktor im Planungszeitraum simultan zu produzierenden Gütermengen der übrigen Produktarten.

Die Zahl der Gütereinheiten aller mit den Engpaßfaktoren herzustellenden Produktarten sind jedoch ebenfalls variable Größen. Sie werden nach Maßgabe der auf Realisierung des Gewinnmaximums gerichteten Zielsetzung der Planungsrechnung nach dem Kriterium des maximalen Faktorgewinns bestimmt. Dieser ist im maximalen durchschnittlichen Gewinn je Einsatzeinheit der Engpaßfaktoren definiert. Er hängt seinerseits vom Gewinn je Produkteinheit aller ihn durchlaufenden Produktarten und dem Anteil an diesem Gewinn ab, der auf eine Einsatzeinheit des Engpaßfaktors entfällt. Der maximale Faktorgewinn wird also auf der Grundlage folgender Daten ermittelt:

- 1) des Gewinns je Produkteinheit,
- 2) der von den Engpaßfaktoren je Produkteinheit abzugebenden Zahl der Einsatzeinheiten,
- 3) der von den Engpaßfaktoren im Planungszeitraum maximal zur Verfügung gestellten Zahl der Einsatzeinheiten, also seiner Kapazität.

Die von den Engpaßfaktoren je Produkteinheit abzugebende Zahl der Einsatzeinheiten bestimmt den Faktorertrag, die Faktorkapazität den Faktoreinsatz und der Gewinn je Produkteinheit in Verbindung mit der von den Engpaßfaktoren je Produkteinheit abzugebenden Zahl der Einsatzeinheiten den Faktorgewinn je Einsatzeinheit. Ihre Konstanz ist die Voraussetzung für die eingangs als Bedingung der linearen Programmierung gesetzte Konstanz des Prozesses. Die qualitativ und quantitativ konstante Beziehung zwischen den Faktoren untereinander ist durch die eindeutige technologische Bestimmung der Fertigungsprozesse realisiert. Beide Bedingungen werden im folgenden zum Begriff des Axioms der linearen Programmierung zusammengefaßt.

Die Gesamtheit der partiellen Faktorenringe kann als ein den einzelnen Fertigungsprozessen übergeordneter Faktorenring des gesamten Produktionspro-

gramms aufgefaßt werden. Die Produktionsmenge dieses Faktorenrings ist im Gegensatz zu der der partiellen Faktorenringe heterogen. Für ihn läßt sich auch keine einheitliche Produktionsgeschwindigkeit (12) bestimmen. Diese ergibt sich vielmehr aus den verschiedenen Produktionsgeschwindigkeiten der heterogenen Produktarten oder, was unter den gesetzten Prämissen dasselbe ist, als Mengenleistung der heterogenen Fertigungsprozesse. Sind diese Produktionsgeschwindigkeiten eindeutig bestimmt, lassen sie sich zu einem "Produktivvektor" (13) zusammenfassen, durch den eine bestimmte quantitative Kombination der Produktarten, das sogenannte "Produktionsniveau" (14), charakterisiert ist. Die Zahl der realisierbaren Produktionsniveaus ist in jedem Falle sehr groß. Jedes einzelne aus dieser Zahl stellt eine mögliche Produktartenkombination und damit eine zulässige Lösung des Gewinnmaximierungsproblems dar. Als unzulässige Lösungen haben dagegen solche Kombinationen zu gelten, die aufgrund der determinierten Kapazitätsgrenzen der Produktionsfaktoren nicht möglich sind. Die optimale Lösung muß ex definitione eine mögliche Lösung sein. Sie muß weiterhin einen maximalen durchschnittlichen Faktorgewinn sicherstellen. Das ist aber nur dann möglich, wenn die Kapazitäten bestimmter Produktionsfaktoren voll ausgenutzt werden. Diese Faktoren sind die Engpaßfaktoren der partiellen Faktorenringe bei einem bestimmten, dem optimalen Produktionsniveau. Sie werden dadurch charakterisiert, daß ihre Grenzgewinne geringer sind als die Grenzgewinne der Engpaßfaktoren anderer Produktionsniveaus.

Das von Dantzig und Koopmans entwickelte Verfahren zur Bestimmung der Optimallösung beruht auf einem Theorem, mit dessen Hilfe es möglich ist, aus der Vielzahl der möglichen Lösungen die Optimallösung systematisch zu ermitteln. Dabei werden, von einer beliebigen Lösung ausgehend, eine endliche Anzahl von sogenannten Basislösungen nach dem Kriterium der Simplex-Methode auf ihre Optimalität hin untersucht. Das Theorem führt nach einer endlichen Zahl iterativer Lösungsvergleiche zur Definition der Optimallösung. Eine unsystematische Ermittlung des Gewinnmaximums wäre deshalb nicht möglich, weil auf dem Lösungswege immer wieder neue Faktoren zu Engpässen der partiellen Faktorenringe werden, so daß sich die Kapazität des übergeordneten

(12) Dieser Begriff wird hier im rein formellen Sinne als Produktmenge je Zeiteinheit verstanden.

(13) Vgl. von Stackelberg, Heinrich, Grundlagen einer reinen Kostentheorie, Wien 1932, S. 5.

(14) Vgl. derselbe, a. a. O., S. 5.

Faktorenringes bei jeder Iteration ändert, und aus diesem Grund die Zahl der alternativen Lösungen außerordentlich groß ist.

Wie bereits hervorgehoben wurde, eignen sich die Methoden der linearen Programmierung zur Lösung der in den Fällen a) und b) gezeigten Planungsprobleme, da die ihnen zugrunde liegenden algebraischen Verfahren die Verwendung von Faktorgrenzgewinnen als Kriterien des Gewinnmaximums erlauben. Die lineare Programmierung stellt damit keine Alternative zur geltenden Theorie der Preisbildung und zur Produktionstheorie dar. Sie kann vielmehr als eine Ergänzung dieser Theorien auf die in den Fällen a) und b) dargestellten Planungsprobleme aufgefaßt werden. Alle Planungsprobleme, die im folgenden untersucht werden, sind Probleme dieser Art.

Mit Hilfe der linearen Programmierung sollen die Planziele für einen langfristigen oder kurzfristigen Planungszeitraum bestimmt werden, wobei die Einschränkungen, denen die Gewinnexpansion von seiten des Marktes und von seiten der technischen Kapazitätsgrenzen in der Fertigungsabteilung unterliegt, gleichzeitig zu berücksichtigen sind. Die dabei verwendeten Verfahren müssen also die Aufgaben der Bestimmung des Planzieles und der Koordination des Absatz- und Produktionsplanes *uno actu* lösen.

Die Aufnahme der Verfahren linearer Programmierung in das System der Planungsrechnung des Unternehmens setzt voraus, daß dieses System über eine Kosten- und Erlösrechnung verfügt, die in der Lage ist, die Eingabedaten für das lineare Gleichungssystem in geeigneter Form zur Verfügung zu stellen. Welche Voraussetzungen das Rechnungswesen, insbesondere aber die Kosten- und Erlösplanung erfüllen muß, damit die algebraischen Verfahren der linearen Programmplanung mit Erfolg angewandt werden können, und in welcher Form diese Verfahren in das System der Planungsrechnung einzugliedern sind, soll im folgenden untersucht werden. Dabei werden die Verfahren der kurzfristigen und der langfristigen Programmplanung insoweit dargestellt, wie dies zum Verständnis der folgenden Ausführungen nötig erscheint.

2 Die betriebswirtschaftliche Problematik der linearen Programmierung

21 Das algebraische Verfahren zur kurzfristigen Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms

211 Darstellung der Simplex-Methode

Die von Dantzig entwickelte Simplex-Methode ist eines der Verfahren linearer Programmplanung. Mit ihrer Hilfe kann eine lineare Gleichung unter einschränkenden Bedingungen maximiert oder minimiert werden. Diese zu optimierende Gleichung heißt im Schrifttum Zielgleichung, weil das Ziel der Aufgabe in ihr formuliert ist. Sie besitzt die allgemeine Form

$$(1) \quad a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = \text{Maximum (oder Minimum)},$$

wobei x_i (i für 1 bis n) Variable, und a_i (i für 1 bis n) absolute (skalare) Größen darstellen.

Die einschränkenden Bedingungen werden als lineare Ungleichungen formuliert. Sie geben an, daß eine algebraische Beziehung linearer Variabler nur innerhalb bestimmter Intervalle gilt, das heißt, daß die Werte der Variablen nicht größer (oder kleiner) sein dürfen als eine bestimmte numerische Größe. Die einschränkenden Bedingungen lassen sich einzeln in der Form

$$(2) \quad b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n \leq c$$

darstellen. Daraus kann man leicht das System der Ungleichungen wie folgt entwickeln:

$$\begin{array}{rcll} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1n}x_n & \leq & c_1 \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2n}x_n & \leq & c_2 \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1}x_1 + b_{m2}x_2 + \dots + b_{mn}x_n & \leq & c_m \end{array} \quad (3)$$

Der Index m gibt die Zahl der einschränkenden Bedingungen, der Index n die Zahl der Variablen an.

Für die Koeffizienten der Variablen gilt sowohl in der Zielgleichung als auch in den einschränkenden Bedingungen die Nichtnegativitätsbedingung $a_i, b_{ji}, c_j = 0$, für $j \geq 1$ bis m . Führt man in jeder der Ungleichungen durch Addi-

tion zu den Variablen x_i eine zusätzliche Variable Y_j als Ergänzungsvariable ein, welche die kleinere Seite der Ungleichungen jeweils zu c_j ergänzt, entsteht aus dem Ungleichungssystem ein System linearer Gleichungen, das zusammen mit der Zielgleichung in Matrizenform geschrieben und nach den Gesetzen der Matrizenrechnung gelöst werden kann. Das Wesen der Simplex-Methode besteht darin, mit Hilfe eines Iterationsverfahrens, das auf der Gesetzmäßigkeit des Gaußschen Algorithmus beruht, aus einer endlichen Zahl möglicher Lösungen die unter den einschränkenden Bedingungen optimale Lösung, das heißt, den gewünschten Extremwert der Zielgleichung zu gewinnen.

Das algebraische Problem der Simplex-Methode ist darin zu sehen, daß die Zahl der im Gleichungssystem enthaltenen Variablen stets größer ist als die Zahl der zur Lösung zur Verfügung stehenden Gleichungen und daß diese Gleichungen dabei stets unabhängig voneinander sind. Diese Erscheinung beruht auf der Bedingung, daß die Zahl der in der Zielgleichung enthaltenen Variablen aufgrund der Problemstellung in jedem Falle größer als 1 sein muß. Da jede Nebenbedingung eine Schlupfvariable enthält, beträgt die Zahl der Variablen in jedem Falle $m + n$. Zur Wertbestimmung der Variablen stehen dagegen nur $m + 1$ Gleichungen zur Verfügung. Daher muß die Zahl der Variablen stets größer als die Zahl der Gleichungen sein. Das heißt, das Gleichungssystem stellt eine nichtsinguläre, nichtquadratische Matrix dar, auf welche die Cramersche Regel (15) nicht anwendbar ist.

Diese Matrix läßt sich aber nach dem Gaußschen Algorithmus in eine quadratische überführen, indem man alle unterhalb der Hauptdiagonalen (16) liegenden Glieder der Matrix durch systematische Scherung (17) zwischen den Zeilen den Wert Null annehmen läßt. Man erhält auf diese Weise eine quadratische Matrix mit $m + 1$ Zeilen, $m + 1$ Spalten und $m + 1$ Variablen, in der den Variablen eindeutige Lösungswerte zugeordnet werden können. Die Lösung des Gleichungssystems wird, sofern es sich um eine zulässige Lösung handelt, als Basislösung bezeichnet. Die in der Lösungsdeterminante enthaltenen $m + 1$ Variablen nennt man Basisvariable oder gebundene Variable (19),

-
- (15) Vgl. die Ableitung der Cramerschen Regel bei: Klingst, A., Einführung in die Matrizenrechnung, in: Adam, A. u. a. (Hrsg.), Anwendungen der Matrizenrechnung auf wirtschaftliche und statistische Probleme, Würzburg 1959, S.48 ff.
- (16) Vgl. Klingst, A., Einführung in die Matrizenrechnung, in: Adam, A. u. a. (Hrsg.), Anwendungen der Matrizenrechnung auf wirtschaftliche und statistische Probleme, Würzburg 1959, S.36.
- (17) Vgl. ebenda, S.48.
- (18) Vgl. ebenda, S.60.

die in der Lösungsdeterminante nicht enthaltenen $n - 1$ Variablen dagegen Nebenbasisvariable oder freie Variable (20). Die Nebenbasisvariablen werden in den Zwischenlösungen als Konstante betrachtet und können jeden absoluten Wert annehmen. Die Basisvariablen sind dagegen echte Variable. Besonders zu betonen ist, daß auch die Ergänzungsvariablen Basisvariable und die Hauptvariablen Nebenbasisvariable im Simplex-Tableau sein können.

Die Simplex-Methode beruht nun, wie bereits erwähnt, auf dem Theorem, daß jede Optimallösung eine zulässige Basislösung ist, in der also alle Basisvariablen die Nichtnegativitätsbedingung erfüllen. Die Optimallösung liegt dann vor, wenn alle Nebenbasisvariablen entweder den Wert Null besitzen oder einen nach der Nichtnegativitätsbedingung unzulässigen Wert annehmen. Das bedeutet, daß die Optimallösung dann vorliegt, wenn die Koeffizienten der Nebenbasisvariablen gleich Null oder negativ sind. Das Iterationsverfahren der Simplex-Methode wird in der Weise angewandt, daß man, von einer beliebigen Basislösung ausgehend, nach einem bestimmten Prinzip Basisvariable gegen Nebenbasisvariable so lange austauscht, bis das Simplex-Kriterium erfüllt und damit die Optimallösung gefunden ist.

Die Extremwertprobleme der genannten Art lassen sich unter bestimmten Umständen nicht nur algebraisch, sondern auch geometrisch lösen, nämlich dann, wenn der Lösungsraum zwei- oder dreidimensional ist. Geometrische Darstellungen dieser Art werden in zahlreichen literarischen Beiträgen (21) ausführlich behandelt, so daß an dieser Stelle darauf verzichtet werden kann.

(20) Vgl. ebenda, S. 60.

(21) Vgl. zur geometrischen Darstellung der Simplex-Lösung: Winkel, Harald, Methoden der linearen Planungsrechnung. Eine Einführung, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, (B.F.u.P.) 1960, S. 24.
Zum Beweis und zur Darstellung des Simplex-Theorems und des Simplex-Kriteriums vgl. u. a.: Hax, Herbert, Lineare Planungsrechnung und Simplex-Methode als Instrumente betriebswirtschaftlicher Planung, in: Z.f. h.F. 1960, S. 578 ff.; Krelle, Wilhelm, Künzi, H. P., Lineare Programmierung, Zürich 1958, S. 25 ff.; Joks, H. C., Lineares Programmieren, Tübingen 1962, S. 61 ff.; Wetzel, W., Theoretische Grundlagen des linearen Programmierens, der Einsatz-Ausstoß-Analyse und der Spieltheorie, in: Adam, A. u. a. (Hrsg.), Anwendung der Matrizenrechnung auf wirtschaftliche und statistische Probleme, Würzburg 1959, S. 134 ff. und 138 ff.

Die zur Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms einer Mehrprodukt-Unternehmung erforderlichen Daten lassen sich in der Form einer Zielgleichung und eines Systems einschränkender Bedingungen darstellen. Das Produktionsprogramm gilt dann als optimal, wenn die Güter des Warensortiments in ihrer Stückzahl so kombiniert werden, daß das Unternehmen einen maximalen Gewinn erzielt. Betrachtet man die optimale Stückzahl jedes einzelnen Gutes als Variable (x_i) und bezeichnet man seinen Brutto-Stückgewinn ($e_i - k_i$) mit a_i , erhält man die Zielgleichung in der Form (1).

Einschränkende Bedingungen entstehen bei der Realisierung des optimalen Produktionsprogramms aus den technischen Daten des Fertigungsbereichs und des Absatzmarktes. Man formuliert sie, indem man die Gültigkeit der linearen Gewinn-Funktion auf ein bestimmtes Intervall begrenzt, dessen untere Grenze meist Null ist. Zum Beispiel wird die Stückzahl der Güter von der Kapazität der am Fertigungsprozeß beteiligten Kostenstellen begrenzt. Nimmt man nun an, daß das Aggregat j eine Kapazität von c_j Maschinenstunden besitzt, von den Gütern x_k und x_l durchlaufen wird und zur Bearbeitung einer Gütereinheit x_k b_k Maschinenstunden aufgewandt werden müßten, während eine Gütereinheit x_l in b_l Maschinenstunden bearbeitet werden könnte, erhält man unter der Bedingung $b_k, b_l \leq c_j$ die Ungleichung

$$b_{jk}x_k + b_{jl}x_l \leq c_j.$$

Auf diese Weise lassen sich bestimmte Nebenbedingungen des Fertigungsbereiches mathematisch formulieren. Sie bilden zusammen mit anderen einschränkenden Bedingungen des Fertigungsbereiches und denen des Absatzmarktes das am Anfang dieses Abschnittes dargestellte System der Ungleichungen (vgl. Formel (3)). Auf die beiden bisher noch nicht behandelten Arten einschränkender Bedingungen wird an späterer Stelle zurückzukommen sein.

212 Die Koeffizienten der Zielgleichung

2121 Kosten- und Erlösfaktoren als Bestimmungsgrößen der Koeffizienten

Die ökonomisch bedeutsame Wirkung des algebraischen Verfahrens beruht darauf, daß die Wahl der optimalen Produktkombination gleichzeitig nach zwei verschiedenen Merkmalen vorgenommen wird. Zum einen dient der Gewinnbeitrag, den die einzelne Produktart zum gesamten Unternehmenserfolg leistet, als Wahlkriterium, zum anderen wird berücksichtigt, inwieweit die Herstellung eines Gutes bei gegebener Faktorkombination technisch und sein Absatz ökonomisch möglich ist. Das erste Merkmal wird in der Zielgleichung,

das zweite im System der als Ungleichungen formulierten Nebenbedingungen berücksichtigt. Nach diesen beiden Kriterien läßt sich bestimmen, bei welcher alternativ realisierbaren Produktkombination die partiellen Grenzgewinne der Produktionsfaktoren ein Minimum aufweisen. Die Voraussetzung dafür ist aber die Linearität der Beziehungen zwischen den alternativen Ausbringungsmengen der einzelnen Produktart und deren Gewinnbeitrag einerseits und zwischen den Ausbringungsmengen und der Faktorbelastung durch dieselbe Produktart andererseits. Der Gewinnbeitrag kann jedoch nur dann eine lineare Funktion der Ausbringungsmenge sein, wenn der Brutto- Stückgewinn (22) jeder Produktart konstant ist. Diese Bedingung ist aber nur unter der Voraussetzung erfüllt, daß die veränderlichen Kosten je Produktmengeneinheit konstant sind und daß die Stückkosten und die Stückerlöse bei alternativen Produktionsmengen gleich bleiben. Das heißt, daß die fixen Kosten im Ansatz des linearen Gleichungssystems nicht berücksichtigt werden dürfen.

Der Koeffizient einer Variablen in der Zielgleichung ist also aus der Differenz des Stückerlöses der betreffenden Produktart und deren variablen Stückkosten zu ermitteln. Das (mathematische) Produkt aus diesem Betrag und der im Planungszeitraum herzustellenden Gütermenge einer Produktart wird im folgenden als deren Deckungsbeitrag (23) bezeichnet. Der Schmalenbachsche Terminus Bruttogewinn (24) soll für die Summe der Deckungsbeiträge aller Produktarten verwendet werden.

Wie im Abschnitt 322 näher dargelegt wird, lassen sich nicht alle Kostenarten eindeutig als fixe oder variable Kosten definieren. Die sogenannten intervallfixen Kosten (25) bleiben innerhalb bestimmter Beschäftigungsintervalle konstant und steigen beim Übergang des Beschäftigungsgrades von einem Intervall

- (22) Unter dem Brutto- Stückgewinn wird im folgenden die Differenz aus Stückerlös und variablen Stückkosten verstanden. Dieser Begriff unterscheidet sich damit von dem später zu definierenden Begriff des Deckungsbeitrages.
- (23) Die Bezeichnung "Deckungsbeitrag" (Contribution margin) wird in der hier verwendeten Bedeutung in der angelsächsischen Literatur gebraucht.
- (24) Schmalenbach verwendet den Begriff Bruttogewinn in derselben Bedeutung. Schmalenbach, Eugen, Kostenrechnung und Preispolitik, 7. Aufl., Köln und Opladen 1956, S.206.
- (25) Zum Begriff der intervallfixen Kosten vgl. Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Band I: Die Produktion, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, 4. Aufl., S.269.

zum anderen sprunghaft an. Die Größe der Intervalle ist im allgemeinen von Kostenart zu Kostenart verschieden, und die Höhe der Kostensprünge differiert mitunter innerhalb einer Kostenart von Intervall zu Intervall. Sind die Beschäftigungsintervalle, in denen die Kostensprünge auftreten, klein und die Kostensprünge relativ gleichmäßig, läßt sich die betreffende Kostenart ohne Schaden für den Genauigkeitsgrad der Rechnung in ihre fixen und variablen Kostenbestandteile auflösen, indem man durch die Kostenwerte der Beschäftigungsintervalle eine approximierte Funktion legt. Sind die Beschäftigungsintervalle der Kostensprünge dagegen sehr groß, führt eine Approximation der Kostenfunktion zu erheblichen Ungenauigkeiten sowohl in der Kostenrechnung als auch im linearen Programm. Diese Kostenarten sind daher innerhalb der Intervalle als fix zu betrachten. Während im ersten Falle die variablen Bestandteile der intervallfixen Kostenarten als zum Faktoreinsatz direkt proportional betrachtet werden können und aus diesem Grunde in die Kostenkomponente des Deckungsbeitrages aufzunehmen sind, finden die Kostenarten, bei denen Kostensprünge in großen Intervallen auftreten, im Ansatz der linearen Zielgleichung keine Berücksichtigung. Diese Kostensprünge sind die Wirkungen von Kapazitätserweiterungen derjenigen Produktionsfaktoren, für die zusätzliche Kosten entstehen. In diesen Fällen ist ein neues Gleichungssystem mit veränderten einschränkenden Bedingungen aufzustellen und zu lösen (25a).

2122 Das Iterationsverfahren bei fallenden Preis-Absatz-Funktionen

Bei der Bestimmung der Erlöscomponenten der Koeffizienten treten rechen-technische Schwierigkeiten in jenen Fällen auf, in denen das Unternehmen einer fallenden Preis-Absatz-Funktion gegenübersteht. Da hier von der Annahme ausgegangen werden kann, daß die Kapazität des Engpaßfaktors so begrenzt ist, daß die Cournotschen Mengen nicht aller Produktarten im Planungszeitraum hergestellt werden können, die optimalen Herstellmengen aber noch nicht feststehen, müssen die Koeffizienten der Zielgleichung zunächst aufgrund geschätzter Erlöswerte bestimmt werden. Das bedeutet aber, daß die mit Hilfe dieser Koeffizienten ermittelte Lösung des Gleichungssystems nicht die Optimallösung zu sein braucht. Die Schwierigkeiten, die aus diesen Gründen bei der Formulierung der Zielgleichung auftreten können, versuchen einige Autoren dadurch zu umgehen, daß sie die Bedingung der Linearität aufgeben und zu nichtlinearen Gleichungsansätzen übergehen. Hans Hermann Böhm beschreibt ein Verfahren (26), bei dem die Koeffizienten der

(25a) Vgl. hierzu die Ausführungen im Abschnitt 223.

(26) Vgl. Böhm, Hans Hermann, Nichtlineare Programmierung, Wiesbaden 1959, S.17 ff.

Zielgleichung nicht als Differenzen absoluter Größen, sondern als Differenzen linearer oder nichtlinearer Funktionen gebildet werden (27). Methoden dieser Art werfen jedoch nicht nur äußerst diffizile mathematische Probleme auf, sondern es muß vor allem unter dem Aspekt der praktischen Anwendung der Verfahren moderner Programmplanung als äußerst zweifelhaft angesehen werden, ob die Komplizierung der Rechnung und der Datenerfassung durch den Genauigkeitsgrad der Ergebnisse gerechtfertigt wird. Diese Bedenken erscheinen vor allem deshalb begründet, weil bei der Bestimmung der Preis-Absatz-Funktion in der Praxis weitgehend auf Approximationen zurückgegriffen werden müßte (28). Link beschreibt folgendes Verfahren zur Ermittlung der Preis-Absatz-Funktion: "Der einfachste Weg ist der, die in der Vergangenheit, z. B. in den verflossenen fünf Jahren, abgesetzten Mengen und erzielten Preise produktweise zusammenzustellen, letztere mit Hilfe geeigneter Indizes auf den Planungszeitraum zu beziehen (...) und die so korrigierten Preise zusammen mit den entsprechenden Mengen in einen gedanklich gebildeten Abrechnungszeitraum hineinzuprojizieren" (29). Auf diese Weise erhält man eine Vielzahl von Punkten in einem Koordinatensystem, auf dessen Abszisse die Herstellmengen einer Produktart, und auf dessen Ordinate die den Mengen entsprechenden Preise aufgetragen werden. Durch Verbindung dieser Punkte in der Reihenfolge $x_1 \dots x_2 \dots$ bis x_n erhält man eine unstetige Funktion, die sich nur durch Approximation in eine stetige überführen läßt. Die Verwendung einer solchen approximierten Funktion hätte jedoch nur theoretische Bedeutung, da sehr kleine Preisänderungen bei sehr kleinen Mengenänderungen in der Praxis kaum feststellbar sind. Krelle spricht in diesem Zusammenhang vom "Schwellenwert der Spürbarkeit" (30).

Dagegen ließen sich unter Umständen spontane Preisänderungen bei größeren Mengenänderungen mit ausreichender Genauigkeit bestimmen. Preis-Mengen-Relationen dieser Art lassen sich bei iterativer Anwendung der Simplex-Methode unter Einhaltung der Linearitätsbedingung berücksichtigen. Das hierbei anzuwendende Verfahren beruht auf folgenden Überlegungen:

Im allgemeinen braucht ein Unternehmer, um die unter dem Gesichtspunkt

(27) Vgl. Böhm, Hans Hermann, Nichtlineare Programmierung, Wiesbaden 1959, S. 17 ff.

(28) Diese Ansicht vertritt auch Link. Link, Herbert, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten, Mainzer Dissertation, 1958, S. 51.

(29) derselbe, a. a. O., S. 53.

(30) Krelle, Wilhelm, Preistheorie, Tübingen, Zürich 1961, S. 12 ff.

der Gewinnmaximierung optimale Absatzmenge einer einzelnen Produktart zu bestimmen, nicht seine gesamte Preis-Absatz-Funktion zu kennen. Meist lassen sich Entscheidungen über die Wahl alternativer Absatzmengen nur innerhalb eines von den Daten des Absatzmarktes bestimmten Mengenintervalls treffen. Dieses Intervall wird im folgenden als der Entscheidungsbereich der Unternehmung bezeichnet.

Die Preis-Absatz-Funktion ist nur innerhalb dieses Bereiches relevant. Ist der Unternehmer auch nicht in der Lage, ohne Approximation eine geschlossene Funktion zu bestimmen, kennt er doch einige Punkte dieser Funktion; nämlich diejenigen Preise, die bei Realisierung der nach einer sinnvollen Methode in den Planungszeitraum projizierten Absatzmengen erzielt werden können. Geht man nun von der realistischen Prämisse aus, daß marginale Mengenänderungen keine marginalen Preisänderungen verursachen, sondern daß nur spontane Preisänderungen bei nichtmarginalen Mengenänderungen feststellbar sind, läßt sich eine Preis-Absatz-Funktion in Stufenform bestimmen, sofern es gelingt, festzustellen, bei welchen innerhalb des Entscheidungsbereichs liegenden Absatzmengen in der Zukunft mit sprunghaften Preisänderungen zu rechnen ist (31).

Die unterschiedlichen Preisniveaus bei alternativen Absatzmengen lassen sich im linearen Programm nach zwei verschiedenen Methoden berücksichtigen. Bei der ersten Methode werden die Absatzmengenintervalle gleichen Preisniveaus innerhalb einer Produktart als verschiedene Produktarten behandelt. Das bedeutet, daß jede dieser "derivativen" Produktarten in der Zielgleichung durch verschiedene selbständige Variable repräsentiert wird. Für jede von ihnen sind jedoch die Mengengrenzen des für den betreffenden Preis gültigen Intervalls als Nebenbedingungen zu formulieren. Diese Bedingungen müssen die Gültigkeit der Optimallösung in der Weise einschränken, daß die optimale Absatzmenge der einzelnen derivativen Produktarten nicht kleiner als die untere Grenze und nicht größer als die obere Grenze des Intervalls sein darf. Die Optimallösung kann also in jedem Falle nur eine einzige "derivative" Produktart enthalten, die dann jeweils die entsprechende originäre Produktart repräsentiert.

Bisher war die algebraische Formulierung einer Nebenbedingung, welche den Gültigkeitsbereich der Zielfunktion zugleich nach oben und nach unten beschränkt, noch nicht behandelt worden. Man bildet sie am einfachsten in

(31) Zum Problem der Erlösplanung vgl. die Ausführungen im Abschnitt 324.

der Weise, daß man zunächst die untere Grenze der Variablen festlegt, für den so gewonnenen algebraischen Ausdruck eine neue Variable einführt und diese in der bereits an anderer Stelle beschriebenen Art als Ungleichung formuliert. Gemäß dieser Einschränkung darf die betreffende Variable nicht größer sein als ein bestimmter numerischer Wert. Bezeichnet man zum Beispiel die betreffende Variable mit x_k , die untere Grenze mit r_1 und die obere Grenze mit r_2 , läßt sich die doppelte Einschränkung wie folgt formulieren: (32)

$$\begin{aligned}x_k &\geq r_1 \\x'_k &= x_k - r_1 \\x'_k &\leq r_2.\end{aligned}$$

Die zweite Methode ist ein Iterationsverfahren. Sie wurde bisher in der Literatur noch nicht behandelt und soll dem ersten Verfahren als Alternative gegenübergestellt werden. Der Unternehmer übernimmt zunächst diejenigen Stückerlöse in die Zielgleichung, die er aufgrund seiner Absatzvorschau für realisierbar hält. Die Lösung der Gleichung ergibt die Absatzmengen der Produktarten. Anhand der kritischen Mengen (Intervallgrenzen seiner Preis-Absatz-Funktion läßt sich feststellen, ob die eingesetzten Stückerlöse bei den errechneten Absatzmengen realisiert werden können. Entsprechen die Erlöse diesen Mengen, ist die Lösung der Zielgleichung mit dem optimalen Produktionsprogramm identisch. Entsprechen sich dagegen diese Werte nicht, muß eine neue Zielgleichung aufgestellt werden, in welche die den errechneten Absatzmengen entsprechenden Stückerlöse zu übernehmen sind. Dieses Verfahren wird so oft wiederholt, bis die in die Zielgleichung aufgenommenen Erlöse bei Realisierung der in der Lösung ermittelten Absatzmengen nach Maßgabe der kritischen Mengen der Preis-Absatz-Funktion erzielt werden können.

Beide Verfahren lassen sich alternativ anwenden. Ein Nachteil des ersten besteht darin, daß gegebenenfalls eine große Anzahl Variabler gleichzeitig verarbeitet werden muß, so daß gegebenenfalls die Speicherkapazitäten der datenverarbeitenden Aggregate nicht ausreichen. Das wäre zum Beispiel der Fall, wenn diese Methode in einem Unternehmen angewandt würde, das über ein außergewöhnlich großes Gütersortiment verfügt, und die Anzahl der Preissprünge innerhalb der Entscheidungsbereiche nahezu aller Produktarten sehr groß wäre. Unter der Voraussetzung, daß in einem solchen Falle die Zahl der ein-

(32) Dieses Verfahren wird ausführlicher bei Jösch dargestellt. Jösch, H. C., Lineares Programmieren, Tübingen 1962, S. 92 ff.

schränkenden Bedingungen geringer wäre, ließe sich das Gleichungssystem gegebenenfalls dadurch auf die begrenzte Speicherkapazität einer datenverarbeitenden Anlage abstimmen, daß man die Matrix transponiert programmiert. Andernfalls besteht kein anderer Ausweg, als auf das zweite Verfahren überzugehen.

Ein weiterer Vorteil der zweiten Methode gegenüber der ersten besteht darin, daß der einzelne Vorgang der Datenverarbeitung wesentlich unkomplizierter ist und weniger Zeit in Anspruch nimmt. Weichen aber zahlreiche Mengenwerte der Optimallösung von den Mengenwerten ab, die sich aufgrund der programmierten Stückerlöse nach Maßgabe der unstetigen Preis-Absatz-Funktion ergeben, kann die Zahl der notwendig werdenden Iterationen unter Umständen sehr groß sein. Ob dieser Fall eintritt, läßt sich im voraus etwa anhand der Zahl der Preissprünge innerhalb des Entscheidungsbereiches abschätzen. Darüber hinaus hängt eine Verschiebung der Optimallösung von der Relation der Deckungsbeiträge der Produktarten untereinander ab.

Wie im folgenden darzulegen ist, müssen unter bestimmten Bedingungen Maßnahmen ergriffen werden, die entweder die Tendenz des ersten Verfahrens oder jene des zweiten verstärken. Die zur Ausschaltung des Preis-Absatz-Effektes anzuwendende Methode sollte darum nach Möglichkeit in der Weise gewählt werden, daß sich die nachteiligen Wirkungen der beiden Verfahren nicht gegenseitig verstärken. Der Vorzug beider Verfahren gegenüber den Methoden der nichtlinearen Programmierung ist aber darin zu erkennen, daß die Optimallösung aufgrund sorgfältig ermittelter Planerlöse und nicht mit Hilfe abstrakter Approximationswerte ermittelt werden kann.

Weitere Versuche zur Lösung des Preis-Mengen-Problems wurden von den Vertretern der dynamischen Programmierung (Dynamic Programming) (33) unternommen. Diese Verfahren zeichnen sich durch die Verwendung indizierter Variabler (Vektoren) als Koeffizienten der Zielgleichungsvariablen aus und entsprechen darum der wirtschaftlichen Wirklichkeit ebenso gut wie die beiden vorstehend geschilderten Methoden. Diese Verfahren werden jedoch bereits bei Aufgaben mittleren Umfangs außerordentlich schwerfällig, weil sich die Gleichungssysteme mit der Anzahl zulässiger Alternativen stark komplizieren. Sie eignen sich daher nur in Ausnahmefällen für die praktische Anwendung im Betrieb.

(33) Vgl. hierzu: Munz, Max, Technik und Anwendungsmöglichkeiten der dynamischen Planungsrechnung, in: Z.f.B. 1959, S. 357 ff.; Winkel, Harald, Dynamische Planungsrechnung (Dynamic Programming), in: Z.f.B. 1959, S. 261 ff. '

2123 Die Problematik bei Preisdifferenzierungen

Eine weitere Schwierigkeit entsteht bei der Formulierung der Zielgleichung dann, wenn das Unternehmen die Preise einiger oder aller Güter differenziert. Dabei ist unerheblich, ob die Preisdifferenzierung durch Verwendung unterschiedlicher Listenpreise oder durch stufenweise Rabattgewährung vorgenommen wird. Die Problematik entsteht in beiden Fällen dadurch, daß Produkteinheiten derselben Produktart gleichzeitig verschiedene Brutto-Stückgewinne aufweisen, weil die Stückerlöse verschieden sind. Zwischen dem Deckungsbeitrag dieser Produktart und ihrer Ausbringungsmenge besteht also keine eindeutige lineare Abhängigkeit mehr. Die mathematische Beziehung zwischen beiden Größen wird aufgrund der Summierung heterogener Brutto-Stückgewinne zu einer nichtlinearen. Bei Anwendung bestimmter Verfahren läßt sich jedoch die Bedingung der Linearität auch im Falle der Preisdifferenzierung einhalten.

Das erste Verfahren beruht auf dem Prinzip, die verschiedenen realisierbaren Brutto-Stückgewinne im Gleichungsansatz getrennt zu berücksichtigen, indem man jeden einzelnen einer spezifischen Variablen zuordnet. Das bedeutet, daß spezifische Gütermengen derselben Produktart nach Maßgabe ihrer jeweils realisierbaren Brutto-Stückgewinne im Ansatz der Zielgleichung als unterschiedliche (derivative) Produktarten behandelt werden (34).

Dieser Kunstgriff birgt jedoch eine gewisse Gefahr für die Aussagefähigkeit der Optimallösung. Sie wird erkennbar, wenn man die ökonomische Bedeutung des Simplex-Verfahrens unter den Bedingungen des angeführten Sonderfalles ins Auge faßt. Die algebraische Methode gestattet, ein Produktionsprogramm zu bestimmen, bei dessen Realisierung die Grenzgewinne aller Produktionsfaktoren ein Minimum ergeben. Das heißt, bei maximaler Ausnutzung der Kapazität des gesamten Faktorenringes werden diejenigen Produkteinheiten in einer bestimmten quantitativen Zusammensetzung der Produktarten hergestellt, die je ausgenutzte Einsatzeinheit des Faktorenrings den maximalen Gewinn sichern. Sollen also mehrere Produktarten hergestellt werden, welche die Kapazität des Faktorenrings in gleichem Maße belasten, deren Deckungsbeiträge aber verschieden groß sind, wird die nach der Simplex-Methode ermittelte Optimallösung der Zielgleichung stets nur die Produktart mit dem größten Dek-

(34) Einen ähnlichen Gedanken entwickelt Frenckner, Paulsson. Vgl. hierzu: Frenckner, Paulsson, T., Bestimmung des Produktionsprogramms als Anwendungsbeispiel der Linearplanung, in: Z.f.h.F. 1958, S. 588.

kungsbeitrag ausweisen. Die übrigen, die den Faktorenring ja im selben Maße belasten, wären dagegen im Produktionsprogramm nicht mehr enthalten. In der Rechnung würde also unterstellt, daß das Unternehmen die betreffende Produktart nur zu diesen Preisen anbietet. Da eine solche Annahme aber unrealistisch ist, muß die auf diesem Wege ermittelte mathematische Optimallösung unbrauchbar sein (35).

Um die gezeigte Gefahrenquelle auszuschalten, müssen zusätzliche Nebenbedingungen in das System der Ungleichungen aufgenommen werden. Zunächst wird für die höchste Preisstufe der Produktart eine Mengen-Höchstgrenze festgelegt. Danach bestimmt man auch für die übrigen Preisstufen derselben Produktart derartige Höchstgrenzen. Damit wird erreicht, daß alle Preisstufen, soweit ihre Herstellung bei Berücksichtigung aller übrigen Produktarten vorteilhaft erscheint, in einer realistischen Mengenkombination in der Optimallösung enthalten sind.

Dieses Verfahren besitzt den Vorzug, daß die Unternehmensleitung einen Überblick über die Zweckmäßigkeit oder Unzweckmäßigkeit der Aufrechterhaltung niedrig bemessener Preisstufen und damit unrentabler Teilmärkte gewinnt.

Die Voraussetzung für die Bestimmung der Mengen-Höchstgrenzen ist das Vorhandensein einer sorgfältig aufgestellten Absatzvorschaurechnung, die es gestattet, die im Planungszeitraum realisierbaren Absatzmengen und Stück Erlöse der einzelnen Produktarten auf allen Teilmärkten mit ausreichender Genauigkeit vorauszubestimmen. Bei der Ausarbeitung einer solchen Absatzvorschaurechnung lassen sich zahlreiche mikro- und makroökonomische Verfahren zum Teil simultan, zum Teil alternativ anwenden. Auf die Methoden der Absatzvorschaurechnung und der Erlösplanung wird in einem besonderen Abschnitt dieser Arbeit näher eingegangen (36).

Die zweite Methode, mit deren Hilfe die Linearität der Beziehungen zwischen Ausstoßmenge und Deckungsbeitrag aufrechterhalten werden kann, beruht auf der Verwendung gewogener statistischer Mittelwerte. Auch dieses Verfahren setzt die Existenz einer sorgfältig ausgearbeiteten Absatzvorschaurechnung voraus. Seine Anwendung empfiehlt sich vor allem in jenen Fällen,

(35) Preisdifferenzierungen aufgrund alternativer Fertigungsprozesse sollen in diesem Zusammenhang ausgeschlossen werden. Sie sind in den meisten Fällen Auswirkungen spürbarer Qualitätsunterschiede. In diesen Fällen handelt es sich also tatsächlich um unterschiedliche Produktarten.

(36) Vgl. die Ausführungen im Abschnitt 324.

in denen zwischen den Absatzmengen der einzelnen Preisstufen feste Relationen bestehen. Diese starren Mengenverhältnisse können zum Beispiel auf vertraglichen Vereinbarungen über Rabattgewährung oder Lieferquoten beruhen. Sie können aber unter Umständen auch reine Erfahrungswerte sein. Die Brutto-Stückgewinne der verschiedenen Preisstufen werden in diesen Fällen mit ihren spezifischen Anteilsätzen (zum Beispiel in vom Hundert) multipliziert und durch die Gesamtzahl der Gütereinheiten (bei Verwendung von Prozentsätzen durch 100) dividiert. Dieser gewogene Mittelwert ist dann der Bruttostückgewinn der preisdifferenzierten Produktart.

213 Die Koeffizienten der einschränkenden Bedingungen

2131 Die technischen Kapazitäten der Produktionsfaktoren als einschränkende Bedingungen

21311 Der formelle Aufbau der Ungleichungen

Aus der natürlichen Tatsache, daß die technischen Kapazitäten der Produktionsfaktoren beschränkt sind, ergibt sich folgendes triviale Entscheidungsproblem: In welchem Umfang soll der Unternehmer die Produktion einer Produktart zugunsten anderer Produktarten einschränken oder zu Lasten anderer Produktarten ausdehnen? Die Frage ist nicht einfach damit zu beantworten, daß man zunächst die maximale Absatzmenge derjenigen Produktart herstellt, die den größten Brutto-Stückgewinn aufweist, und, soweit noch ein Teil der Faktorkapazität frei bleibt, die übrigen Produktarten - geordnet nach der Höhe ihrer Brutto-Stückgewinne - produziert. Diese Lösung des Problems wäre aus dem Grunde nicht zulässig, weil die Brutto-Stückgewinne allein kein Kriterium für das Vorliegen des Gewinnmaximums darstellen. Die Höhe des Gewinns hängt von der Höhe der Deckungsbeiträge, also von dem (mathematischen) Produkt aus Brutto-Stückgewinn und produzierter Stückzahl ab. Die herzustellenden Stückzahlen je Produktart stehen jedoch im vorhinein noch nicht fest, da die technischen Möglichkeiten ihrer Realisation außerdem von den Kapazitäten aller Produktionsfaktoren bestimmt werden. Die im Hinblick auf das erreichbare Gewinnmaximum optimale Herstellmenge jeder Produktart ist also nur aufgrund einer Kalkulation zu ermitteln, welche die Kapazitäten aller an den Fertigungsprozessen der einzelnen Produktarten beteiligten Produktionsfaktoren gleichzeitig berücksichtigt.

Wie bereits an anderer Stelle näher dargelegt wurde, wird dieses Problem bei Anwendung der Simplex-Methode durch die Formulierung algebraischer Ungleichungen gelöst. Jede dieser Ungleichungen repräsentiert eine Einschränkung, der die Gewinnmaximierung unterliegt. Soweit die Einschrän-

kungen durch die technischen Kapazitäten der Produktionsfaktoren hervorgerufen werden, geben die Ungleichungen an, wieviele Mengeneinheiten jeder Produktart im Planungszeitraum mit Hilfe der Faktorenkomplexe maximal hergestellt werden können (36a). Die eine Seite der Ungleichung enthält daher eine Konstante, die dem Umfang der Kapazität des betreffenden Faktors entspricht, während die alternativ herstellbaren Mengeneinheiten der Produktarten auf der anderen Seite der Ungleichung durch dieselben Variablen repräsentiert werden, die auch in der Zielgleichung enthalten sind. Ihre Koeffizienten geben an, in welchem Umfang die Herstellung jeder Mengeneinheit der betreffenden Produktarten die Kapazität des Produktionsfaktors in Anspruch nimmt. Daraus ergibt sich, daß die Faktorkapazitäten in Einheiten definiert werden müssen, die für alle Produktarten gleichnamig sind.

Die im Hinblick auf die Produktarten neutrale Maßeinheit der Faktorkapazitäten ist die für den einzelnen Faktor spezifische Einsetzeinheit. Die Faktorkapazitäten werden also durch die Summe der Einsetzeinheiten repräsentiert, die ein Faktor im Planungszeitraum jeweils maximal abgeben kann. Der Koeffizient einer Variablen bezeichnet die Zahl der Einsetzeinheiten, die bei der Produktion einer Mengeneinheit der betreffenden Produktart verbraucht werden. Die Einsetzeinheit ist zum Beispiel bei Aggregaten oder Werkbänken die Maschinen- oder Arbeitsstunde, bei Rohstoffen dagegen die für den betreffenden Werkstoff spezifische Mengeneinheit (Meter, Kilogramm, Stück etc.)

Die Ungleichungen lassen sich also in der Weise formulieren, daß jeweils die Summe der von einem Produktionsfaktor an eine oder mehrere Produktarten abgegebenen Einsetzeinheiten nur kleiner oder höchstens gleich der von diesem Faktor im Planungszeitraum bereitgestellten Anzahl von Einsetzeinheiten ist.

21312 Der materielle Inhalt der Ungleichungen

Nachdem das Problem, in welcher Form die Ungleichungen aufzustellen sind, grundsätzlich gelöst ist, bleiben noch drei Fragen offen, die den materiellen Inhalt der Ungleichungen betreffen: Diese Fragen lauten:

- 1) Wie sind die einschränkenden Bedingungen zu definieren, und welche betrieblichen Institutionen erscheinen überhaupt als einschränkende Bedingungen?

(36a) Zum Begriff des Faktorenkomplexes vgl. die Ausführungen in Abschnitt 21312, unter Ziffer 1..

- 2) Wie ist die Zahl der Einsatzeinheiten zu ermitteln, die der einzelne Produktionsfaktor im Planungszeitraum abgeben kann ?
- 3) Wie sind die Einsatzeinheiten zu ermitteln, welche die Produktarten bei der Herstellung einer ihrer Mengeneinheiten in Anspruch nehmen ?

1. Die Expansion des Produktionsvolumens wird nicht durch die Kapazität der einzelnen Faktoreinheit begrenzt, sofern diese durch andere Faktoreinheiten substituiert werden kann. Aufgrund der für die lineare Programmierung charakteristischen Konstanzbedingung für das Verhältnis von Faktoreinsatz zu Faktorsertrag ist jedoch eine Substitution von Faktoreinheiten nur dann möglich, wenn die Fertigungsprozesse durch die Substitution (den Ersatz einer Faktoreinheit durch eine andere) qualitativ nicht verändert werden. Diese Voraussetzung ist aber nur dann gegeben, wenn Faktoreinheiten durch andere Faktoreinheiten qualitativ und quantitativ gleicher Leistung ersetzt werden.

Da eine Faktorsubstitution im linearen Programm ausschließlich unter dieser Bedingung möglich ist, bilden alle Faktoren qualitativ und quantitativ gleicher Leistung jeweils eine einschränkende Produktionsbedingung. Diese Zusammenfassungen von Faktoreinheiten homogener Leistung werden im folgenden als Faktorenkomplexe bezeichnet.

Das oben beschriebene Substitutionsproblem läßt sich an folgendem Beispiel anschaulich darstellen:

Die Kosten- und Leistungsstelle A eines Betriebes wird von den Produkten x_1 , x_2 und x_3 durchlaufen. Die Kostenstelle besteht aus zehn Aggregaten gleicher Leistung, von denen jedes einzelne eine Kapazität von 320 Einsatzeinheiten (Maschinenstunden) besitzt. Die Stelle repräsentiert also einen Faktorenkomplex mit einer Kapazität von 3.200 Einsatzeinheiten. Würde man nun die Kapazität jedes einzelnen Aggregates als Nebenbedingung der Zielgleichung formulieren, entstünden rechnerisch zehn Einschränkungen, die effektiv nicht existieren, denn es ist völlig gleichgültig, wieviele Mengeneinheiten der drei Produktarten ein bestimmtes der zehn Aggregate durchlaufen. Relevant ist lediglich, wieviele Mengeneinheiten auf allen zehn Aggregaten insgesamt produziert werden können, weil die Expansion des Produktionsvolumens nur durch die Gesamtkapazität von 3.200 Einsatzeinheiten eingeschränkt wird.

Eine Substitution zwischen den zehn Aggregaten wäre dagegen nicht möglich, wenn die einzelnen Aggregate entweder qualitativ heterogene Leistungen oder quantitativ je Zeiteinheit unterschiedliche Leistungen abgeben würden. Der erste Fall läge zum Beispiel dann vor, wenn ein Teil der Aggre-

gate Bohrmaschinen, der andere Teil aber Drehbänke wären. Der zweite Fall wäre gegeben, wenn zwar alle Aggregate Drehbänke wären, ihre Konstruktionen aber solche Unterschiede aufwiesen, daß zur Herstellung einer Mengeneinheit des Gutes x_1 auf dem einen Aggregat 30 Minuten, auf einem anderen aber 45 Minuten Drehzeit beansprucht würden.

Einschränkende Produktionsbedingungen können grundsätzlich von allen Faktorenkomplexen gesetzt werden, die an den Fertigungsprozessen der Produktarten beteiligt sind. Das können also sowohl Werkstoffe als auch Leistungen von Produktionsfaktoren sein, die in Kosten- und Leistungsstellen zusammenwirken, sofern sie die Voraussetzungen erfüllen, die im Hinblick auf die homogene Leistung von den Faktorenkomplexen gefordert werden müssen. Hilfskostenstellen bestehen zwar meist aus Faktoreinheiten qualitativ und quantitativ heterogener Leistung, können aber dennoch - im Gegensatz zu Hauptkostenstellen - als Faktorenkomplexe betrachtet werden, da die von ihnen abzugebenden innerbetrieblichen Leistungen meist komplexe Leistungen sind, die im Zusammenwirken der heterogenen Faktoreinheiten hervorgebracht werden. Dennoch wird es sich meist erübrigen, die von Hilfskostenstellen ausgehenden Beschränkungen im linearen Gleichungsansatz explizit zu berücksichtigen. Im allgemeinen werden nämlich die Kapazitäten der Hilfskostenstellen nach Maßgabe des geplanten oder erwarteten Bedarfs der Hauptkostenstellen an spezifischen innerbetrieblichen Leistungen bemessen. Die Hilfskostenstellenkapazitäten bilden daher meist keine Beschränkungen der Produktionsleistung des Betriebes. Sollten aber dennoch von ihnen Einschränkungen auf den Fertigungsbereich ausgehen, sind diese als selbständige Nebenbedingungen in das System der Ungleichungen aufzunehmen.

2. Die im Planungszeitraum zur Verfügung stehenden Kapazitäten der Faktorenkomplexe sind im Prinzip leicht zu ermitteln. Bei Stoffen und Einzelteilen ist die Zahl der Einsatzeinheiten bestimmt durch den Lagerbestand am Beginn des Planungszeitraumes und durch die Mengen, die in derselben Periode beschafft werden können. Die Zahl der Einsatzeinheiten wird bei Aggregaten und Werkbänken, sowie bei Kosten- und Leistungsstellen in der Weise festgestellt, daß man unter Berücksichtigung der geplanten Arbeitsschichten die Zahl der Stunden ermittelt, in denen der Faktorenkomplex Einsatzeinheiten abgeben kann. Die theoretische (maximale) Betriebsbereitschaft eines Aggregates oder einer Kosten- und Leistungsstelle erstreckt sich im Monat durchschnittlich auf $3 \cdot 8 \cdot 30 = 720$ Stunden (37). Effektiv steht aber

(37) 3 Schichten, 8 Arbeitsstunden je Schicht, 30 Monatstage.

das Aggregat, die Werkbank oder die Kosten- und Leistungsstelle in weitaus weniger Stunden für Produktionszwecke zur Verfügung. Von der theoretischen Zahl der Bereitschaftsstunden sind die sogenannten "unproduktiven" Stunden abzuziehen. Zu diesen zählen alle Sonn- und Feiertage, Stillstandzeiten während des Schichtwechsels und während der Arbeitspausen, Leerlaufzeiten während der regelmäßigen Wartung der Maschinen, sowie Ausfallzeiten, die aufgrund von Schwierigkeiten in der Ablaufplanung eintreten. Produktive Zeiten sind nur die Ausführungszeiten und die Rüstzeiten. Letztere müssen deshalb als produktive Zeiten betrachtet werden, weil die Herstellung der Produkte ohne diesen Zeitaufwand technisch nicht möglich ist.

3. Die Herstellung einer Gütereinheit jeder einzelnen Produktart ist an einen bestimmten Fertigungsprozeß gebunden. Dieser Prozeß muß in der Weise wiederholbar sein, daß bei den Wiederholungen keine Änderungen im Faktoreinsatz, also weder in der Faktorkombination noch in der Intensität der Faktornutzung oder der Faktorqualität eintreten. Darüber hinaus muß die Ausbringung des Faktorenrings je Leistungseinheit qualitativ und quantitativ gleich bleiben. Diese Bedingung ist deshalb unerläßlich, weil ohne sie die geforderte Linearität der Beziehungen zwischen den Ausbringungsmengen und der Höhe der Deckungsbeiträge, die für die Methoden der linearen Programmierung axiomale Bedeutung besitzt, nicht gegeben wäre.

Für die Praxis des Industriebetriebes bedeuten diese Voraussetzungen, daß für jede Produktart ein einziger Produktionsprozeß eindeutig festgelegt sein muß. Alternativen dürfen hinsichtlich der Wahl der Produktionsfaktoren (Faktorenkomplexe) nicht bestehen. Zum Beispiel ist es unzulässig, einen Teil der Gütermengen einer Produktart aus einem Werkstoff herzustellen, dessen Bearbeitungszeit oder dessen Qualität sich von der Bearbeitungszeit oder der Qualität des Werkstoffs unterscheidet, der für den anderen Teil der Gütermengen verwendet wird. Ebenso wenig darf zum Beispiel ein Teil der Gütermengen auf einer Universaldrehbank, der andere aber auf einer Spezialdrehbank bearbeitet werden.

Lassen sich derartige Alternativen in den Fertigungsprozessen nicht vermeiden, müssen die mit unterschiedlichen Faktorkombinationen (unterschiedlichen partiellen Faktorenringen) hergestellten Gütermengen einer Produktart in der Rechnung als verschiedene (derivative) Produktarten behandelt werden. Sie erscheinen dann sowohl in der Zielgleichung als auch in den Ungleichungen der einschränkenden Bedingungen als voneinander unabhängige Variable. Außerdem wird sich die getrennte Behandlung mehrerer Gütermengen einer Produktart schon deshalb als notwendig erweisen, weil wohl in den meisten Fäl-

len alternative Fertigungsprozesse mit unterschiedlich hohen variablen Kosten verbunden sind.

Der Intensitätsgrad der Faktornutzung wird im allgemeinen durch die technischen Daten der Aggregate bestimmt. Jedes Aggregat besitzt ein optimales Leistungsintervall, in dem seine Verbrauchsfrunktion die niedrigsten Verbrauchswerte je Einsatzeinheit ausweist (38). Die Intensität der Faktornutzung wird nach Möglichkeit so bemessen, daß das Aggregat innerhalb dieses Intervalls arbeitet. Abweichungen von diesem Prinzip sind meist nur bei Engpaßkapazitäten unvermeidlich. Die jeweils gewählte Intensität muß den Arbeitsplatzstudien zugrunde gelegt werden, aufgrund deren die Einsatzeinheiten ermittelt werden, welche die Produktionsfaktoren an die einzelne Produkteinheit jeder Produktart abgeben. Änderungen im Intensitätsgrad der Faktornutzung erzwingen daher in jedem Falle eine Neufestsetzung dieser Leistungseinheiten und damit einen neuen Ansatz des Gleichungssystems.

21313 Marktdaten als einschränkende Bedingungen

Im Zusammenhang mit der Lösung des Preisdifferenzierungsproblems bei der Formulierung der Zielgleichung wurde bereits das Wesen und die Bedeutung einschränkender Marktbedingungen demonstriert. Derartige Nebenbedingungen treten nun in der Praxis häufig auf, wenn die Aufnahmekapazitäten der Absatzmärkte begrenzt sind. Würden diese Marktbeschränkungen bei der Aufstellung des Simplex-Tableaus nicht berücksichtigt, hieße das, den Absatzplan einseitig auf den Produktionsplan abstimmen. Keinesfalls erreichte man eine Koordination beider Pläne. Die Simplex-Lösung wiese nämlich unter Umständen für einige Produktarten Produktionsmengen aus, die unter den im Planungszeitraum herrschenden Marktbedingungen nicht absetzbar wären. Das Planziel, mit Hilfe eines koordinierten Produktions- und Absatzplanes einen maximalen Gewinn zu erzielen, wäre in einem solchen Falle nicht erreicht, weil ohne Zweifel eine andere Simplexlösung, bei der alle produzierten Gütermengen zu den geplanten Preisen abgesetzt werden könnten, die Realisierung eines größeren Gesamtgewinns ermöglichte.

Diese von den Marktbedingungen den Absatzmengenerweiterungen gezogenen Grenzen sind zunächst mit Hilfe einer auf sorgfältigen Marktanalysen beruhenden Absatzvorschaurechnung zu ermitteln. Eine Unternehmung, die fünf ver-

(38) Vgl. Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Band I: Die Produktion, 4. Aufl., Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, S. 59 ff.

schiedene Produkte verkauft, möge zum Beispiel aufgrund einer solchen Vorscheurechnung feststellen, daß die Produkte x_1 und x_2 unbegrenzt absetzbar sind, während vom Produkt x_3 höchstens 8 000, vom Produkt x_4 höchstens 13 000 und vom Produkt x_5 maximal 11 000 Einheiten abgesetzt werden können. Für die Güter x_1 und x_2 brauchen in diesem Falle keine weiteren Nebenbedingungen formuliert zu werden, weil ihrer Produktion vom Absatzmarkt her keine Grenzen gezogen sind. Dagegen ist die Produktionsmenge der Güter x_3 , x_4 und x_5 im Simplex-Tableau auf die jeweils für die Produktarten ermittelten Höchstmengen zu begrenzen. Der formelle Aufbau der betreffenden Ungleichungen ist im Prinzip derselbe wie bei den Nebenbedingungen des Fertigungsbereichs. Die Variable, welche die betreffende Produktart symbolisiert, darf kleiner oder gleich der betreffenden Absatz-Höchstmenge sein. Unter den im Beispiel gesetzten Bedingungen hätten die für die Produkte x_3 , x_4 und x_5 gültigen Ungleichungen die Formen

$$x_3 \leq 8\,000$$

$$x_4 \leq 13\,000$$

$$x_5 \leq 11\,000.$$

21314 Die Berücksichtigung von Lagerbestandsänderungen an Halb- und Fertigfabrikaten bei der Koordination des Produktions- und des Absatzplanes

In den bisherigen Ausführungen war unterstellt worden, daß die für eine bestimmte Periode geplanten Herstellmengen gleich den geplanten Absatzmengen sind. Diese Prämisse muß jedoch - auf die Praxis bezogen - als unrealistisch angesehen werden, da sie jegliche Lagerhaltungspolitik der Unternehmensleitung im Hinblick auf die Bestände an Halb- und Fertigfabrikaten ignoriert. Die Koordination des Produktionsplanes mit dem Absatzplan ist also effektiv nur dann möglich, wenn beide Pläne gleichzeitig mit dem Lagerplan abgestimmt werden.

Die Identität von Produktions- und Absatzmenge wird durch die Art der Problemstellung des linearen Programms erzwungen, weil nach Maßgabe der Rechnung das Gewinnmaximum eines Planungszeitraumes als optimaler Bruttoertrag der realisierten Produktionsleistung dieses Zeitraumes zu betrachten ist. Das bedeutet, daß das in der Optimallösung ermittelte Gewinnmaximum nur unter der Bedingung ein Optimum ist, daß die Deckungsbeiträge der Produktarten in demselben Zeitraum realisiert werden, für den die als spezifisch anzusehenden Kapazitätsgrenzen der Faktorenkomplexe gelten. Diese dem linearen Planungssystem inhärente Prämisse läßt sich mit der Forderung nach Berücksich-

tigung von Bestandsveränderungen an Halb- und Fertigfabrikaten aus diesem Grunde nur durch Einschränkung des Gültigkeitsintervalls der Zielfunktion berücksichtigen. Das heißt, daß die Mengenwerte einer Lösung, die den von der Unternehmensleitung festgelegten lagerbestandspolitischen Bedingungen nicht entsprechen, ungültig sind, so daß die betreffende Lösung nicht zulässig und aus diesem Grunde keine Basislösung ist.

Die von der Geschäftsleitung im Hinblick auf die Lagerhaltung einer Produktart angestrebten Maßnahmen können grundsätzlich drei verschiedene Tendenzen aufweisen. Erstens besteht die Möglichkeit, daß der Lagerbestand gleich bleiben soll, zweitens daß er vermindert und drittens, daß er erhöht werden soll. Im ersten Falle sind zusätzliche Nebenbedingungen der genannten Art nicht erforderlich, weil die Bedingung der Identität von Produktions- und Absatzmenge a priori erfüllt ist. Im zweiten Falle werden, sofern einschränkende Marktbedingungen existieren, diese Nebenbedingungen um die Zahl der Produkteinheiten vermindert, um die der Lagerbestand herabgesetzt werden soll. Existieren dagegen keine einschränkenden Marktbedingungen, bedeutet dies, daß der Markt eine unbegrenzte Menge der betreffenden Produktart aufnehmen kann. Die Produktmenge, um die der Lagerbestand zu mindern ist, kann daher unabhängig von der zu produzierenden Stückzahl zusätzlich verkauft werden. Die Aufnahme einer zusätzlichen Nebenbedingung in das Gleichungssystem ist daher nicht notwendig. Der Verkauf der gelagerten Erzeugniseinheiten beeinflußt die Mengenkombination des optimalen Programms grundsätzlich nicht, weil der Deckungsbeitrag dieser Einheiten ohne Belastung der Faktorenkomplexe realisiert werden kann.

Im Gegensatz zu den beiden erstgenannten Fällen stößt die Berücksichtigung von Lagerbestandserhöhungen auf Schwierigkeiten. Die zusätzlich zu lagern den Gütereinheiten belasten die Kapazitäten der Faktorenkomplexe, erzielen aber im Planungszeitraum keine Deckungsbeiträge. Nach Maßgabe des auf Gewinnmaximierung gerichteten Planungsproblems erscheint ihre Herstellung aus diesem Grund unwirtschaftlich, so daß sie, falls sie als "derivative" Produktarten in das Gleichungssystem aufgenommen würden, in der Optimallösung nicht enthalten wären.

Die einfachste und zugleich sicherste Lösung dieses Problems besteht wohl darin, daß man die Zahl der Produkteinheiten, um die der Lagerbestand einer Güterart erhöht werden soll, nicht explizit in das Gleichungssystem aufnimmt, sondern die durch ihre Herstellung verursachte Belegung der Faktorkapazitäten als implizite Beschränkung der Gewinnmaximierung im Planungszeitraum auffaßt. Das bedeutet, daß die Zahl der in der Periode maximal

zur Verfügung stehenden Einsatzeinheiten derjenigen Faktorenkomplexe, die nach Maßgabe der Ablaufplanung an der Herstellung der betreffenden Produktart beteiligt sind, um die Zahl der Einsatzeinheiten zu vermindern ist, die bei der Produktion der zusätzlich zu lagernden Gütereinheiten beansprucht werden. Der unter dieser Voraussetzung in der Optimallösung ermittelte Maximalgewinn kann als optimaler Erfolg der realisierten Produktionsleistung betrachtet werden. Nach Berücksichtigung der fixen Kosten der abzusetzenden Leistung erhält man dann den geplanten Periodenerfolg.

Das Prinzip der impliziten Beschränkung der Gewinnmaximierung bei Erhöhungen der Fertiglagerbestände läßt sich am deutlichsten an folgendem Beispiel darstellen:

Der Lagerbestand des Produktes x_3 soll um 60 Einheiten erhöht werden. Bei seiner Herstellung durchläuft dieses Gut die Aggregate U, V und W. Zur Bearbeitung einer Einheit x_3 werden nach Maßgabe von Zeitstudien auf dem Aggregat U 1,0 Stunden, auf dem Aggregat V 0,5 Stunden und auf dem Aggregat W 2,0 Stunden benötigt. Aggregat U wird ausschließlich von x_3 , V außer von x_3 noch von dem Gut x_1 (1,5 Stunden) und W von x_2 (1,0 Stunden) und x_3 durchlaufen. U hat eine Kapazität von 3.200 Maschinenstunden, V von 1.600 und W von 2.400 Maschinenstunden. Ohne implizite Beschränkung besitzen die durch die drei Aggregate verursachten einschränkenden Bedingungen folgende algebraische Form:

$$\begin{array}{ll} \text{Aggr. U:} & 1 \cdot x_3 \leq 3.200 \\ \text{Aggr. V:} & 0,5 \cdot x_3 + 1,5 \cdot x_1 \leq 1.600 \\ \text{Aggr. W:} & 2 \cdot x_3 + 1 \cdot x_2 \leq 2.400 \end{array}$$

Zur Erhöhung des Lagerbestandes an dem Gut x_3 um 60 Einheiten werden auf den drei Aggregaten folgende Kapazitätsanteile belegt:

$$\begin{array}{ll} \text{Aggr. U:} & 1 \cdot 60 = 60 \\ \text{Aggr. V:} & 0,5 \cdot 60 = 30 \\ \text{Aggr. W:} & 2 \cdot 60 = 120 \end{array}$$

Die Nebenbedingungen besitzen also nunmehr folgende algebraische Form:

$$\begin{array}{ll} \text{Aggr. U:} & 1 \cdot x_3 \leq 3.140 \\ \text{Aggr. V:} & 0,5 \cdot x_3 + 1,5 \cdot x_1 \leq 1.570 \\ \text{Aggr. W:} & 2 \cdot x_3 + 1 \cdot x_2 \leq 2.280 \end{array}$$

Alle bisher zum Problem der Berücksichtigung von Bestandsänderungen dargelegten Ausführungen gelten grundsätzlich für geplante Bestandsänderungen an Fertigerzeugnissen.

Bestandserhöhungen an Halbfabrikaten lassen sich in derselben Weise in das Planungssystem übertragen wie Erhöhungen der Fertiglagerbestände. Der Möglichkeit, dieselbe Methode auch auf die Probleme bei Bestandsminderungen an Halbfabrikaten zu übertragen, soll hier nicht weiter nachgegangen werden, da sich der Ansatz des Gleichungssystems in diesem Falle in einer solchen Weise kompliziert, daß diese Lösung als nicht realisierbar angesehen werden muß. Die Bestandsminderungen an Halbfabrikaten sind daher in einer anderen Form in das Gleichungssystem zu übernehmen.

Zur Vereinfachung soll davon ausgegangen werden, daß alle im laufenden Produktionsprozeß befindlichen Halbfabrikate ohne Schaden für den Genauigkeitsgrad der Planung vernachlässigt werden können. Cum grano salis kann die Prämisse gelten, daß der Bestand an solchen Halbfabrikaten von einer Periode zur anderen gleich bleibt. Relevant für die künftige Untersuchung wären also nur die Zwischenlagerbestände. Zwischenprodukte lassen sich als im voraus an bestimmte Produktarten abgegebene Faktoreinsatzmengen der Faktorenkomplexe betrachten. Sollen nun die Bestände vermindert werden, belasten diejenigen Produktarten, in denen diese Halbfabrikate als Bestandteile enthalten sind, die Faktorenkomplexe, die an der Fertigung der betreffenden Halbfabrikate beteiligt waren, in demselben Umfang nicht, in dem diese Faktorenkomplexe bereits Einsatzmengen an die gelagerten Zwischenprodukte abgegeben haben. Stellt man nun fest, wieviele Zwischenprodukte in einer Produktart enthalten sind, läßt sich die Zahl der Produkteinheiten ermitteln, die hergestellt werden müssen, um den Zwischenlagerbestand im geplanten Umfang zu reduzieren. Diese Zahl von Produkteinheiten bildet eine selbständige "derivative" Produktart und wird im Gleichungssystem durch eine unabhängige Variable repräsentiert. Diese Variable erscheint in allen denjenigen Nebenbedingungen nicht, in denen die Kapazitätsgrenzen der an der Fertigung der Zwischenprodukte beteiligt gewesenen Faktorenkomplexe formuliert sind. Auf diesem Wege werden die in vorangegangenen Perioden abgegebenen Faktoreinsatzmengen bei der Bestimmung des Ausnutzungsgrades der Faktorkapazität in der Planungsperiode berücksichtigt.

Die Berücksichtigung von Bestandsminderungen an Halbfabrikaten soll an folgendem Beispiel veranschaulicht werden:

Das Produkt x_1 besteht aus 3 Zwischenprodukten x_{11} , x_{12} , x_{13} , und zwar enthält eine Einheit x_1 2 Einheiten x_{11} , 1 Einheit x_{12} und 2 Einheiten x_{13} . Das Produkt x_1 durchläuft die Faktorenkomplexe A, B, C, D.

Die Faktorenkomplexe bilden einschränkende Produktionsbedingungen, die wie folgt formuliert sind:

$$\begin{aligned} A: & 2 x_1 + 0,5 x_2 + 3 x_3 \leq 3.200 \\ B: & x_1 + 1,5 x_2 \leq 1.600 \\ C: & 3 x_1 + 2 x_3 \leq 2.400 \\ D: & 4 x_1 + x_2 + 0,5 x_3 \leq 3.200 \end{aligned}$$

Setzt man statt der originären Produktart x_1 zunächst deren Zwischenprodukte als derivative Produktarten mit ihren spezifischen Koeffizienten in die Ungleichungen derjenigen Faktorenkomplexe ein, die sie durchlaufen, erhält man unter der Voraussetzung, daß A von x_{11} und x_{13} , B von x_{12} , C von x_{11} , x_{12} und x_{13} und D von x_{11} , x_{12} und x_{13} beansprucht wird, folgende Ungleichungen:

$$\begin{aligned} A: & 1,5 x_{11} + 0,5 x_{13} + 0,5 x_2 + 3 x_3 \leq 3.200 \\ B: & x_{12} + 1,5 x_2 \leq 1.600 \\ C: & x_{11} + x_{12} + x_{13} + 2 x_3 \leq 2.400 \\ D: & 1,5 x_{11} + 2 x_{12} + 0,5 x_{13} + x_2 + 0,5 x_3 \leq 3.200 \end{aligned}$$

Soll nun der Lagerbestand des Zwischenproduktes x_{11} um 600 Einheiten und der des Zwischenproduktes x_{12} um 300 Einheiten vermindert werden, bedeutet das, daß die originäre Produktart x_1 die Faktorenkomplexe

A	um 1,5	Einsatzeinheiten je Produkteinheit,
B	um 1	Einsatzeinheit je Produkteinheit,
C	um 1 + 1 = 2	Einsatzeinheiten je Produkteinheit,
D	um 1,5 + 2 = 3,5	Einsatzeinheiten je Produkteinheit

weniger belastet, bis insgesamt 300 Einheiten x_1 hergestellt sind. Die Nebenbedingungen werden nun in der Weise umformuliert, daß zusätzlich zu der originären Produktart x_1 eine derivative Produktart x_1' in die Nebenbedingungen übernommen wird. Die Koeffizienten der derivativen Produktart entsprechen der verminderten Belastung der betreffenden Faktorenkomplexe. Außerdem wird eine zusätzliche Nebenbedingung formuliert, welche die herzustellende Stückzahl der derivativen Produktart auf 300 begrenzt. Eine Untergrenze für x_1 braucht nicht bestimmt zu werden, weil die originäre Produktart ohnehin nur dann in einer Optimallösung erscheint, wenn die obere Mengengrenze der derivativen Produktart erreicht ist. Der Grund liegt darin, daß die derivative Produktart in der Zielgleichung denselben Bruttostückgewinn aufweist wie die originäre, dieser gegenüber aber die Faktorenkomplexe in geringerem Umfang belastet. Sie erscheint daher in der Simplex-Rechnung als die günstigere, so daß sie in dem der Rechnung inhärenten Auswahlprozeß bevorzugt wird. Die endgültige Form der Nebenbedingungen ist folgende:

$$A: 2 x_1 + 0,5 x_1' + 0,5 x_2 + 3 x_3 \leq 3.200$$

$$B: x_1 + 1,5 x_2 \leq 1.600$$

$$C: 3 x_1 + x_1' + 2 x_3 \leq 2.400$$

$$D: 4 x_1 + 0,5 x_1' + x_2 + 0,5 x_3 \leq 3.200$$

21315 Die Berücksichtigung innerbetrieblicher Leistungen der Hauptkostenstellen im linearen Programm

Originäre oder derivative Produktarten können im allgemeinen nur absatzbestimmte Leistungen sein. Innerbetriebliche Leistungen der Hauptkostenstellen in das Gleichungssystem aufzunehmen, hätte nur dann einen Sinn, wenn eine Entscheidung darüber getroffen werden sollte, ob diese Leistungen von den Hauptkostenstellen zu erbringen oder als Fremdleistungen zu beziehen sind. Zur Lösung dieses Entscheidungsproblems müßten die innerbetrieblichen Leistungen im Gleichungssystem durch entsprechende unabhängige Variable repräsentiert werden. Als Koeffizienten dieser Variablen wären dann die Differenzen aus den Einstandspreisen bei Fremdbezug und den variablen Kosten der betreffenden innerbetrieblichen Leistungen in die Zielgleichung aufzunehmen. In der Optimallösung erschienen dann die optimalen Mengenwerte der betreffenden innerbetrieblichen Leistungen. Diese Optimalwerte ließen dann erkennen, in welchem Umfang die Belastung der Hauptkostenstellenkapazitäten mit innerbetrieblichen Leistungen im Hinblick auf die Gewinnmaximierung vorteilhafter wäre als die Inanspruchnahme durch absatzbestimmte Leistungen.

Eine solche Aussage wäre zwar durchaus aufschlußreich, in den meisten Fällen der Praxis aber überflüssig, weil sie nicht den realen betrieblichen Entscheidungen entspricht. Bei den innerbetrieblichen Leistungen von Hauptkostenstellen handelt es sich nämlich im allgemeinen entweder um improvisierte Dispositionen kurzfristigen Charakters oder um die Produktion zu aktivierender Eigenleistungen. Improvisationen sind stets planwidrige Notlösungen, die grundsätzlich nicht unter dem Gesichtspunkt planmäßiger Gewinnmaximierung gewählt werden können. Ihr expliziter Ansatz im linearen Gleichungssystem verbietet sich aus diesem Grunde von selbst.

Die Beteiligung von Hauptkostenstellen an der Produktion zu aktivierender Eigenleistungen ist im allgemeinen durch die Disposition der Unternehmensleitung eindeutig festgelegt. Diese Disposition beruht auf gesondert durchgeführten Wirtschaftlichkeitsrechnungen, aufgrund deren die Entscheidung über

Eigenherstellung oder Fremdbezug (39) zugunsten der erstgenannten Wahlmöglichkeit bereits gefällt wurde. Die Aussage einer Optimallösung, daß nur die Produktion eines Teils der zu aktivierenden Eigenleistung gewinnoptimal sei, würde aus diesem Grunde wohl in jedem Falle in den Dispositionen der Geschäftsleitung übergangen.

Bleibe nun aber die geplante Produktion innerbetrieblicher Leistungen der Hauptkostenstellen im linearen Gleichungsansatz völlig unberücksichtigt, müßten unter diesen Bedingungen stets Abweichungen zwischen dem optimalen und dem effektiven Produktionsniveau auftreten. Dem in der Optimallösung ermittelten Gewinnmaximum ginge damit der Charakter eines anzustrebenden Planzieles verloren. Aus diesem Grunde ist erforderlich, die geplante Inanspruchnahme der Hauptkostenstellenkapazitäten durch die Produktion innerbetrieblicher Leistungen in den Ausgangsbedingungen des Gleichungsansatzes zu berücksichtigen. Das läßt sich am einfachsten durch entsprechende Korrekturen der Nebenbedingungen erreichen. Da die geplanten Kapazitäten der an der Produktion der innerbetrieblichen Leistungen beteiligten Hauptkostenstellen nicht in vollem Umfang zur Erstellung der absatzbestimmten Leistungen zur Verfügung stehen, müssen die Plankapazitäten der betreffenden Stellen in dem Maße vermindert werden, in dem sie voraussichtlich durch die geplanten innerbetrieblichen Leistungen in Anspruch genommen werden. Beträgt die geplante Kapazität einer Hauptkostenstelle zum Beispiel r Maschinenstunden und sollen im Planungszeitraum s Maschinenstunden dieser Kapazität durch die Erstellung innerbetrieblicher Leistungen in Anspruch genommen werden, ist der Wert $r-s$ als einschränkende Bedingung in die Ungleichung der betreffenden Hauptkostenstelle aufzunehmen.

(39) Dieses Entscheidungsproblem wird im amerikanischen Schrifttum als "Make- or Buy-Decision" bezeichnet. Zu den zahlreichen Untersuchungen dieses Problems vgl. u. a.: Schuba, Kenneth F., Make or Buy Decisions - Cost and Non-Cost Considerations, in: N. A. A. Bulletin, Volume XXXI (1959/60) No. 7, S. 53 ff.

22 Das algebraische Verfahren zur langfristigen Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms

221 Die Grenzgewinne der Faktorenkomplexe als Kriterien der Wirtschaftlichkeit von Investitionen

Während bei der Bestimmung des kurzfristigen Produktionsprogramms die vorhandenen Faktorkapazitäten als konstante Daten betrachtet werden müssen, sind bei der Bestimmung des langfristigen Programms Änderungen der Faktorkapazitäten in die Planungsrechnung einzubeziehen. In welcher Form diese Investitions- oder Divestitionsvorhaben im System der Planungsrechnung berücksichtigt werden müssen, bleibt im folgenden zu untersuchen.

Wirtschaftlichkeitsanalysen projektierter Investitionen werden in der Praxis schon von jeher mit mehr oder weniger großer Genauigkeit durchgeführt. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Wirtschaftlichkeitsrechnung entwickelte jedoch erst Erich Schneider mit seiner Theorie der Investition (40). In dieser Theorie erarbeitet Schneider drei Kriterien, mit deren Hilfe der Wirtschaftlichkeitsgrad einer Investition gemessen und unter alternativen Investitionsprojekten eine Rangfolge nach Maßgabe der Höhe ihrer Wirtschaftlichkeitsgrade festgestellt werden kann. Diese Kriterien sind

1. der Kapitalwert,
2. der interne Zinsfuß und
3. der annuitäre Ertrag einer Investition.

Mathematisch liegen allen drei Kriterien die Gesetze der Zinseszins- und Rentenrechnung sowie die Gesetze der Reihentheorie zugrunde. Die in den Rechnungen verwendeten Daten sind die Einnahmen- und Ausgabenreihen einer Investition, die nach Maßgabe der geplanten Einzahlungs- und Auszahlungstermine entwickelt werden.

Der für das in dieser Arbeit behandelte Planungsproblem relevante Tatbestand der Schneiderschen Theorie ist die Beschränkung der zu erfassenden und zu verarbeitenden Daten auf Einnahmen und Ausgaben, die dem einzelnen Investitionsprojekt unmittelbar zugerechnet werden können. Dieser Tatbestand begrenzt nämlich den Gültigkeitsbereich dieser Theorie auf solche Investitionen, die vom organischen Zusammenwirken aller übrigen Unternehmensberei-

(40) Schneider, Erich, Wirtschaftlichkeitsrechnung (deutsche Fassung des 1944 erschienenen Buches "Investering og Rente"), 1. Aufl., Bern, Tübingen 1951, 2. Aufl., Tübingen, Zürich 1957.

che in der Weise isoliert sind, daß ihre Durchführung ohne Rückwirkungen auf dieses organische Ganze bleibt. Beispiele für isolierte Investitionen dieser Art wären zum Beispiel Neugründungen von Unternehmen, Neuerrichtungen von Fabrikationsstätten für die Fertigung branchenfremder Güter u. ä.

Die Wirtschaftlichkeit von Investitionen, die Rückwirkungen auf das organische Ganze eines Betriebs, zum Beispiel auf einen Faktorenring, zeigen, kann dagegen nicht in Übereinstimmung mit der Theorie Schneiders isoliert vom Wirkungsbereich dieser Investitionen analysiert werden. Sie ist nur dadurch zu ermitteln, daß alle von ihnen ausgehenden positiven und negativen Wirkungen auf den wirtschaftlichen Erfolg des Betriebsganzen in die Wirtschaftlichkeitsrechnung einbezogen werden.

Um Investitionen dieser Art handelt es sich stets bei Erweiterungen (41) einzelner Faktorkapazitäten, die Bestandteile eines Faktorenringes sind. Das Kriterium für die Wirtschaftlichkeit dieser Investitionen ist die wirtschaftliche Leistung, also der Gewinn des Faktorenringes. Die Reihenfolge alternativer Investitionen richtet sich nach der Höhe des Gewinns, den der Faktorenring bei Realisierung der alternativ möglichen Projekte erzielt. Das bedeutet, daß der höchste Wirtschaftlichkeitsgrad dann erreicht ist, wenn ein zur Verfügung stehender Kapitalbetrag zur Erweiterung derjenigen Faktorkapazität verwendet wird, die den höchsten Grenzgewinn aufweist. Da aber die Höhe der Faktorgrenzgewinne unter den eingangs gesetzten Prämissen von der quantitativen Kombination der Produktarten des Produktionssortiments abhängt, ist die Planung interdependenter Investitionsobjekte, wie zum Beispiel der am Produktionsprozeß beteiligten Faktorkapazitäten, eng mit der Planung des optimalen Produktionsprogramms verbunden. Daraus folgt wiederum, daß die langfristige Planung des unter der Bedingung eines maximalen Produktionserfolges optimalen Produktionsprogramms gleichbedeutend mit der optimalen Koordination des Produktions-, Absatz- und Investitionsplanes ist.

Die langfristige Investitionsplanung verfolgt das Ziel, die optimalen Leistungsquerschnitte der Faktorkapazitäten (42) möglichst genau aufeinander abzustimmen. Diese optimale technische Koordination der Produktionsfaktoren besitzt

(41) Die folgenden Ausführungen gelten - allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen - im Prinzip auch für die negative Investition, die als Divestition bezeichnet wird.

(42) Vgl. hierzu: Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 4. Aufl., Bd. I: Die Produktion, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, S. 62.

für qualitativ und quantitativ verschiedene Produktkombinationen unterschiedliche, jeweils spezifische Werte der einzelnen Faktorkapazitäten. Aus dieser Erscheinung ergibt sich eine gewisse Labilität der Investitionsplanung, denn mit jeder Änderung des Produktionsprogramms verändert sich die optimale Kombination der Faktorkapazitäten. Nun darf jedoch diese Labilität nicht dramatisiert werden, denn in der Praxis enthalten im allgemeinen die optimalen Leistungsquerschnitte einer optimalen Kombination von Faktorkapazitäten genügend große Toleranzen, um geringfügige Programmänderungen ohne Schaden für die optimale Lösung des Investitionsplanes aufnehmen zu können. Dennoch kann aus dieser Labilitäterscheinung die Schlußfolgerung abgeleitet werden, daß das Ziel der Investitionsplanung in den meisten Fällen ständig verfolgt, aber niemals erreicht wird. Die Investitionsplanung ist aus diesem Grunde ein kontinuierlicher Anpassungsprozeß zu großer oder zu kleiner Kapazitätsquerschnitte an eine vom Produktionsprogramm bestimmte optimale Proportion.

Da die Grenzgewinne der einzelnen Produktionsfaktoren die Kriterien für die Wirtschaftlichkeit von Erweiterungsinvestitionen bilden, besteht das zentrale Problem der Investitionsplanung darin, eine Methode zur Bestimmung dieser Grenzgewinne zu finden. Bereits im Zusammenhang mit der kurzfristigen Planung des optimalen Produktionsprogramms war gezeigt worden, daß die Anwendung der Simplex-Methode zu dem gewünschten Ergebnis führt. Zum besseren Verständnis der späteren Ausführungen ist es jedoch erforderlich, auf die bei diesem Verfahren anzuwendenden algebraischen Gesetze nochmals einzugehen.

222 Die duale Problemstellung der Simplex-Methode

Bezeichnet man die Zahl der in der Zielgleichung enthaltenen Variablen mit n und die Zahl der einschränkenden Bedingungen mit m , enthält das Simplex-Tableau $m + 1$ Gleichungen mit $m + n$ Variablen. Zu den ursprünglich vorhandenen m Variablen waren (43) weitere n Schlupfvariable hinzugekommen, durch deren Addition jeweils die kleinere Seite jeder Ungleichung zur Konstanten der größeren Seite ergänzt wurde. Diese Ergänzungsvariablen lassen sich - soweit es sich um Nebenbedingungen der Faktorkapazitäten handelt - als Leerkapazitäten der Faktorenkomplexe deuten. Ändert man nun die Problemstellung der Aufgabe dahingehend, daß ein maximaler Gewinn

(43) Vgl. die Ausführungen in den Abschnitten 1 und 21.

durch optimale Ausnutzung der Faktorkapazitäten zu ermitteln ist, muß auch der Gleichungsansatz entsprechend geändert werden.

Diese Änderung der Problemstellung wird aufgrund der algebraischen Gesetzmäßigkeiten der Matrizenrechnung erleichtert. Es besteht nämlich die Möglichkeit, das Grundproblem der Aufgabe durch Transponierung der Matrix in ein "duales" Problem umzuwandeln.

Eine Matrix wird transponiert, indem man ihre Reihen und Spalten vertauscht (44). Durch diesen Vorgang wird der Wert der Matrix nicht verändert. Das bedeutet also, daß der Wert der Ausgangsmatrix gleich dem Wert der transponierten Matrix ist. Die Elemente der Matrix erhalten allerdings das umgekehrte Vorzeichen, und die Problemstellung wird dahingehend geändert, daß aus einer Maximierungsaufgabe (Grundproblem) eine Minimierungsaufgabe (Dualproblem) entsteht, oder umgekehrt. Auf das Problem der Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms angewandt bedeutet das, daß in der Zielgleichung die Leerkapazitäten - symbolisiert durch die Ergänzungsvariablen des Grundproblems - in der Weise zu minimieren sind, daß ein maximaler Gewinn realisiert wird. Die Nebenbedingungen des Dualproblems sind die Bruttostückgewinne der Produktarten sowie die Zahl der Faktor-Einsatzeinheiten, die bei der Herstellung jeweils einer Produkteinheit der verschiedenen Produktarten in Anspruch genommen werden (45).

(44) Vgl. hierzu: Klingst, A., Einführung in die Matrizenrechnung, in: Adam, A., u. a. (Hrsg.), Anwendungen der Matrizenrechnung auf wirtschaftliche und statistische Probleme, Würzburg 1959, S. 28 ff.

(45) Bei Winkel findet sich folgendes vereinfachte Beispiel eines Dualproblems: "Ein Unternehmen stellt zwei Produkte x_1 und x_2 her, die es mit einem Stückgewinn von 2 GE (Geldeinheiten, der Verfasser) und 5 GE verkauft. Die Produktionsmöglichkeiten sind durch einschränkende Bedingungen begrenzt, die in den Kapazitäten der einzelnen Fertigungsabteilungen gegeben sind. So kann die Fertigungsabteilung des Produktes x_1 höchstens 4 ME/ZE (Mengeneinheiten je Zeiteinheiten, der Verfasser) herstellen, in der gleichen Zeit lassen sich von Produkt x_2 höchstens 3 ME anfertigen. Außerdem ist der von beiden Erzeugnissen zu durchlaufende Produktionsgang der Vorstufe so ausgebaut, daß je Zeiteinheit - bei einem Verhältnis von 1 ME x_1 zu 2 ME x_2 - höchstens 8 Mengeneinheiten produziert werden können."

(Fortsetzung der Anm. auf der folgenden Seite)

Da der Wert der Matrix durch die Transponierung nicht verändert wird, muß die Lösung des Dualproblems in der Lösung des Grundproblems enthalten sein und umgekehrt. Es ist also unter dem Gesichtspunkt der Richtigkeit der Lösungen gleichgültig, ob das Ergebnis der Aufgabe mit Hilfe der Ausgangsmatrix oder der Transponierten errechnet wird. Welcher der beiden Wege einzuschlagen ist, wird darum ausschließlich von rechentechnischen Erwägungen bestimmt.

Die Durchrechnung des bei Winkel dargestellten Beispiels läßt das Prinzip der simultanen Lösung des Grundproblems und des Dualproblems plastisch erkennen.

Die optimale Basislösung besitzt folgende Form:

w_1	w_2	w_3	x_1	x_2	q
1	2	- 1	0	0	2
0	1	0	0	1	3
0	-2	1	1	0	2
0	1	2	0	0	19

Die Endmatrix zeigt als Lösung der Grundaufgabe folgende Werte:

$x_1 = 2$, $x_2 = 3$, Gewinnmaximum = 19. Gleichzeitig kann aber aus der

Grundproblem:

$$G = 2x_1 + 5x_2 = \text{Max.}$$

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

	x_1	x_2	q
$A =$	1	0	4
	0	1	3
	1	2	8
	2	5	Max.

Nichtnegativitätsbedingung:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Dualproblem:

	y_1	y_2	y_3	q
$A^* =$	1	0	1	2
	0	1	2	5
	4	3	8	Min.

$$G = 4y_1 + 3y_2 + 8y_3 = \text{Min.}$$

$$y_1 + y_3 \geq 2$$

$$y_2 + 2y_3 \geq 5$$

Nichtnegativitätsbedingung:

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

Winkel, Harald, Das Dualproblem in der linearen Planungsrechnung, in: Unternehmensforschung, Operations Research, Bd.3, 1959, Nr.3, S.119 ff.

Endmatrix des Grundproblems auch die Lösung des Dualproblems abgelesen werden (46). Es ist nicht notwendig, dieses gesondert auszurechnen. Die Lösungen stehen in der letzten Zeile der Matrix, und zwar der Wert für y_1 (hier = 0) in der mit w_1 überschriebenen Spalte, der Wert für y_2 (= 1) unter w_2 , der für y_3 (= 2) unter w_3 , das Gewinnmaximum (= 19) unter q . Die letzte Spalte der Endmatrix einer linearen Planungsaufgabe enthält demnach die Werte für die Variablen und damit die Lösung des Grundproblems. In der letzten Zeile der gleichen Matrix werden die Werte für die Variablen des Dualproblems gezeigt.

Die Werte der in der optimalen Basislösung enthaltenen Variablen (einschließlich der Ergänzungsvariablen) lassen sich ökonomisch in folgender Weise deuten:

Die Werte der Variablen des Grundproblems bezeichnen die herzustellenden Stückzahlen der verschiedenen Produktarten des optimalen Produktionsprogramms. Die Werte der Ergänzungsvariablen (Variable des Dualproblems) geben dagegen an, um wieviele Werteeinheiten je Zeiteinheit der unter den gegebenen Nebenbedingungen mögliche Maximalgewinn weiterhin gesteigert werden könnte, wenn der betreffende Faktorenkomplex um einen Teil einer Faktoreinheit, um eine ganze Einheit oder um mehrere Einheiten erweitert würde. Besitzt eine Ergänzungsvariable einen Wert, der größer als Null ist, bedeutet das, daß die Kapazität des betreffenden Faktorenkomplexes bei dem ermittelten optimalen Produktionsniveau voll ausgenutzt wird. Besitzt dagegen eine Ergänzungsvariable den Wert Null, wird die Kapazität dieses Faktorenkomplexes durch das Produktionsprogramm nicht voll in Anspruch genommen (47). Mit anderen Worten heißt das, die Lösung des Dualproblems enthält die Grenzgewinne der Faktorenkomplexe.

Je höher der Wert einer Ergänzungsvariablen ist, desto größer ist die Gewinnzunahme, die durch eine Investition in den betreffenden Faktorenkomplex erzielt wird. Diese Aussage gilt jedoch nur unter sonst gleichen Bedingungen. Das heißt, sowohl in den Brutto-Stückgewinnen als auch im Faktoreinsatz darf keine Veränderung eintreten (48). Im allgemeinen ist jedoch keine dieser Vor-

(46) Vgl. hierzu: Schwantag, Karl, Kapazitätsplanung und lineare Planungsrechnung, Festschrift für Fritz Henzel, in: Gegenwartsfragen der Unternehmung, Wiesbaden 1961, S. 240.

(47) derselbe, a. a. O., S. 241.

(48) Hierbei handelt es sich um das Axiom der linearen Programmierung. Hinweis auf Kapitel 1 (Einleitung).

aussetzungen gegeben. Denn erstens wird ja gerade durch die Vornahme der Investition der Faktoreinsatz verändert, und zweitens tritt in den meisten Fällen aufgrund der Investition eine Änderung der variablen Stückkosten ein, die ihrerseits Variationen einiger, wenn nicht sogar aller Deckungsbeiträge verursacht. Auf diese letztere Erscheinung, die vor allem in Verbindung mit Investitionen beim Übergang zur Automation auftritt, weist unter anderem Schwantag hin (49).

Für die praktische Anwendung der Simplex-Methode bedeuten diese beiden Bedingungen - worauf bereits in der Einleitung kurz hingewiesen wurde -, daß das als optimal ermittelte Produktionsniveau nach Vornahme der Investition durchaus nicht mehr das optimale Programm zu sein braucht, ja daß sich sogar unter den neuen Bedingungen die vorgenommene Investition gegenüber einer alternativen Kapazitätserweiterung als unwirtschaftlich erweist. Der letztere Fall wird allerdings in der Praxis verhältnismäßig selten eintreten, da es sich bei den zu erweiternden Kapazitäten stets um Engpaßfaktoren handelt, die auch bei geändertem Produktionsprogramm einen relativ hohen Grenzertrag ausweisen werden. Es wird darum in der Praxis wohl immer möglich sein, durch Wiederholung der Simplexrechnung zu einer befriedigenden Lösung zu gelangen.

Eine solche Iteration bietet nach dem heutigen Stand der Forschung die einzige praktikable Möglichkeit, die genannten Grundbedingungen in der Weise zu berücksichtigen, daß die Rechnung zu einem optimalen Ergebnis führt.

223 Das Iterationsverfahren zum Zweck langfristiger Investitionsplanung

Das Iterationsverfahren beginnt mit der ersten Lösung des Grund- und des Dualproblems, aus welcher der Engpaßfaktor nach dem gezeigten Kriterium unschwer zu ermitteln ist. Insoweit es sich bei der betreffenden Nebenbedingung um eine einschränkende Bedingung des Produktionsbereiches handelt (50), wird nun die Erweiterung dieses Faktorenkomplexes geplant. Die Erweiterung kann

1. durch Beschaffung zusätzlicher Faktoreinheiten gleicher Art,
2. durch Ersatz des gesamten Faktorenkomplexes oder einzelner Faktoreinheiten durch leistungsfähigere Aggregate

(49) Schwantag, Karl, Kapazitätsplanung und lineare Planungsrechnung, a.a.O., S.239.

(50) Zur Bedeutung einschränkender Marktbedingungen vgl. die Ausführungen in Abschnitt 226.

vorgenommen werden. Im ersten Fall tritt keine Änderung der variablen Stückkosten ein. Im zweiten Falle ist sie wahrscheinlich, da beim Ersatz alter Anlagen durch Aggregate höherer Qualität im allgemeinen eine Senkung der variablen Stückkosten angestrebt wird.

Von den beiden Fällen ist der unter Ziffer 1 genannte der einfachere. Wird nämlich ein Faktorenkomplex durch eine Faktoreinheit erweitert, die sich in ihren technischen Merkmalen von den übrigen Einheiten dieses Faktorenkomplexes qualitativ nicht unterscheidet, ändert sich im linearen Gleichungssystem nur der Ansatz derjenigen Ungleichung, welche die durch den betreffenden Faktorenkomplex gesetzte einschränkende Produktionsbedingung repräsentiert. Und zwar ändert sich im Ansatz dieser Ungleichung nur die Konstante, die die Kapazität des Faktorenkomplexes angibt. Die Zahl der bei der Herstellung jeweils einer Einheit der den Faktorenkomplex durchlaufenden Produktarten in Anspruch genommenen Einsatzeinheiten bleibt gleich. Auch die Bruttostückgewinne der Produktarten ändern sich nicht, so daß die Zielgleichung durch die Investition nicht beeinflusst wird.

Im folgenden soll das Investitionsproblem in der Weise gestellt werden, daß eine gegebene Kapitalsumme gewinnoptimal zu investieren ist. Der Planungsprozeß wird für Fall 1 (homogene Erweiterungsinvestition) und Fall 2 (heterogene Erweiterungsinvestition mit qualitativer Verbesserung des Faktorenkomplexes) getrennt untersucht.

1. Fall:

Zunächst soll angenommen werden, daß die Gewinnsteigerung, die nach Maßgabe des in der ersten Optimallösung ausgewiesenen Faktorgrenzgewinns bei der Erweiterung des Engpasses zu erwarten war, in der zweiten Optimallösung effektiv eingetreten ist. Dabei wurde die Engpaßkapazität in ihrer sich nach Vornahme der Investition ergebenden Höhe in die Ungleichung aufgenommen. Die Investitionsrechnung ist gelöst, wenn die vorhandene Kapitalsumme bei dieser ersten Erweiterungsinvestition verbraucht wurde. Sie hat dagegen erst zu einer Teillösung geführt, wenn Teile der Kapitalsumme noch für weitere Investitionen zur Verfügung stehen. Im letztgenannten Falle ist derjenige Faktorenkomplex, der in der zweiten Optimallösung den höchsten Grenzgewinn aufweist, um eine Faktoreinheit zu erweitern. Es ist nun durchaus möglich, daß der Engpaßfaktor der ersten Optimallösung auch in der zweiten noch den höchsten Grenzgewinn besitzt. Das bedeutet, daß er Engpaßfaktor geblieben ist. In diesem Falle ist seine Kapazität zum zweiten Male um eine Faktoreinheit zu erweitern. Aus der dritten Optimallösung wird - sofern noch Teile der zu investierenden Kapitalsumme zur Verfügung stehen - wiederum

der den höchsten Grenzgewinn aufweisende Faktorenkomplex erweitert. Dieses Auswahlverfahren wird so lange fortgesetzt, bis die zur Verfügung stehende Kapitalsumme investiert ist. Daß der Investor dazu gezwungen ist, sich durch mehrfache Wiederholung der Rechnung an die Optimallösung "heranzutasten", ist darauf zurückzuführen, daß aus der Duallösung zwar die Engpaßkapazität des Faktorenringes, aber nicht der Umfang der gewinnoptimalen Kapazitätserweiterung zu erkennen ist.

Zwischen der Optimallösung des ersten Gleichungsansatzes und der ersten Iteration besteht - wie aus den vorangegangenen Ausführungen zu erkennen war - keine kontinuierliche algebraische Beziehung, denn es ist eine der Grundbedingungen der linearen Programmierung, die Konstanz der Relationen zwischen dem Faktoreinsatz des einen und dem der übrigen Faktorenkomplexe, durchbrochen. Immerhin sind aber in diesem Falle die Fertigungsprozesse der Produktarten technologisch unverändert geblieben, so daß die Konstanz der Beziehung zwischen Faktoreinsatz und Faktorertrag aufrechterhalten wird. Außerdem ändern sich in diesem Falle die Koeffizienten der Zielgleichung nicht.

2. Fall:

Während also im Falle der homogenen Erweiterungsinvestition von einer relativen Konstanz des Prozesses gesprochen werden kann, tritt im Falle einer mit qualitativen Faktoränderungen verbundenen Erweiterungsinvestition eine absolute Prozeßänderung ein, da sich erstens das Verhältnis zwischen den Faktoreinsätzen der verschiedenen Faktorenkomplexe, zweitens das Verhältnis von Faktoreinsatz zu Faktorertrag und drittens die Bruttostückgewinne der denerweiterter Faktorenkomplex durchlaufenden Produktarten ändern. Daraus folgt, daß bei der Durchführung einer Erweiterungsinvestition dieser Art zunächst die Fertigungsprozesse der Produktarten technologisch neu zu bestimmen und die variablen Produktkosten neu zu ermitteln sind. Auch die einschränkenden Bedingungen sind nach Maßgabe der veränderten Kapazitäten und Durchsatzzeiten neu zu formulieren. Aufgrund der veränderten Zielgleichung und der veränderten einschränkenden Bedingungen ist nunmehr ein neues Simplex-Tableau zu entwickeln. Die Werte der aus diesem Gleichungssystem entwickelten Optimallösung sind mit denen der ersten Optimallösung in keiner Weise vergleichbar. Weist zum Beispiel ein Faktorenkomplex in der zweiten Lösung einen höheren Grenzgewinn auf als der ursprüngliche, nunmehr erweiterte Engpaßfaktor in der ersten Optimallösung, kann daraus keineswegs geschlossen werden, daß die heterogene Ersatzinvestition in ihrem Umfang zu groß bemessen und daher nicht gewinnoptimal sei. Einen

Maßstab für die Bewertung einer Investition dieser Art bildet ausschließlich eine Alternativrechnung, die unter der Annahme einer homogenen Erweiterungsinvestition durchgeführt wird. Durch einen Vergleich der in den beiden - bis zur Investition der gesamten Kapitalsumme gegebenenfalls schrittweise ermittelten - Optimallösungen ausgewiesenen Bruttogewinne läßt sich unter Berücksichtigung der fixen Kosten der alternativen Investitionen die gewinnungünstigere der beiden ermitteln.

224 Das Fixkostenproblem bei langfristiger Investitionsplanung

Aufgrund der für das lineare Planungsverfahren axiomalen Linearitätsbedingung waren, worauf bereits im Abschnitt 212 eingegangen wurde, die in bezug auf alternative Beschäftigungsgrade fixen Kosten außerhalb des Ansatzes der Zielgleichung geblieben. Im Zusammenhang mit der langfristigen Investitionsplanung entsteht nun die Frage, ob die mit den Investitionen verbundenen fixen Kosten in den Gleichungsansatz aufgenommen werden müssen. Dies scheint nahezuliegen, weil die Abgrenzung des Begriffs der fixen Kosten bei langfristiger Betrachtung insofern als problematisch angesehen werden kann, als Fixkostenerhöhungen aufgrund von Kapazitätserweiterungen in unmittelbarem Zusammenhang mit realisierbaren Erhöhungen des Produktionsvolumens stehen. Umgekehrt lassen sich mit Divestitionen verbundene Fixkostensenkungen gedanklich in eine unmittelbare Relation zu Verminderungen des Produktionsvolumens bringen. Das funktionale Verhalten der fixen Kosten unterscheidet sich also von dem der variablen Kosten bei langfristiger Betrachtung nicht darin, daß die fixen Kosten über alle Produktionsgeschwindigkeiten (51) des gesamten Kapazitätsbereiches hinweg konstant bleiben. Sie sind es jeweils nur innerhalb gewisser Mengenintervalle des Produktionsvolumens. Wie groß diese Intervalle sind, hängt ab

1. von der Teilbarkeit der betreffenden Kostengüter (Produktionsfaktoren),
2. von der Geschwindigkeit, mit der der Einsatz der Kostengüter im Betrieb an sich ändernde Produktionsgeschwindigkeiten angepaßt werden kann.

Unter den Voraussetzungen, daß alle Kostengüter unbegrenzt teilbar sind und die Anpassungsgeschwindigkeit maximal ist, sind alle Kosten zur Produktionsleistung proportional. Diese Bedingungen gelten jedoch nicht für alle Kostengüter. Das in der industriellen Produktion stets vorhandene, wenn auch von Fall zu Fall verschieden große Verzögerungsmoment bei der Anpassung des Be-

(51) Der Begriff der Produktionsgeschwindigkeit wird in diesem Zusammenhang rein formal verstanden als Produktionsmenge je Zeiteinheit.

triebes verursacht das Entstehen fixer Leerkosten. Die nur begrenzte Teilbarkeit der Produktionsfaktoren bewirkt bei Anpassungsprozessen das Auftreten sogenannter intervallfixer (52) Kosten. Als variable Kosten erscheinen daher nur jene Kostenbestandteile, für die die genannten Prämissen gelten. Dabei handelt es sich um den bewerteten Verbrauch an beliebig teilbaren Produktionsfaktoren, der sich ohne Verzögerungsmoment an Änderungen der Produktionsgeschwindigkeit anpassen läßt. Ob eine Kostenart der Gruppe der fixen, der intervallfixen oder der variablen Kosten zuzurechnen ist, richtet sich daher nach den spezifischen Eigenarten der Produktionsfaktoren, die ihrerseits für die Anpassungsfähigkeit des Betriebes bestimmend sind.

Da die Abgrenzung der fixen von den variablen Kosten nur bei Anpassungsprozessen in Frage gestellt werden kann, ist der Begriff der fixen Kosten in den Fällen, in denen die Verfahren der linearen Programmierung angewandt werden, aufgrund deren produktionstheoretischer Axiome von dem der intervallfixen und der variablen Kosten eindeutig abgrenzbar. Jede Anpassungsmöglichkeit der nicht beliebig teilbaren Faktoren, also der Kapazität des Faktorenringes, ist im linearen Programm ex definitione ausgeschlossen, weil der Faktoreinsatz im Gleichungssystem sowohl qualitativ als auch quantitativ unverändert bleiben muß. Anpassungsmöglichkeiten bestehen nur für die unbegrenzt teilbaren Faktoren, allerdings auch nur innerhalb der von den Kapazitäten der nicht beliebig teilbaren Faktoren gezogenen Grenzen.

Kapazitätserweiterungen der nicht beliebig teilbaren Faktoren beeinflussen - wie bereits im Abschnitt 212 dargelegt wurde - die Bedingungen der Ausgangslösung und des ihr zugrunde liegenden Gleichungssystems nicht. Investitionen und Divestitionen können nur in einem neuen Gleichungssystem berücksichtigt werden, für das aber wiederum die axiomale Bedingung der Konstanz der einschränkenden Bedingungen gilt, so daß in diesem System - wie auch in jedem weiteren, sofern das Iterationsverfahren angewandt wird -, Anpassungsmöglichkeiten der nicht beliebig teilbaren Faktoren an Änderungen der Produktionsgeschwindigkeit ausgeschlossen sind.

Somit ist die Kapazität des Faktorenrings bei langfristiger Investitionsplanung in jedem Gleichungssystem spezifisch definiert, der Begriff der fixen Kosten

(52) Vgl. hierzu: Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 4. Aufl., Bd. 1: Die Produktion, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, S. 269. Vgl. auch zum Problem der Entstehung fixer Kosten: derselbe, a. a. O., S. 252 f.

aber stets von dem der intervallfixen und der variablen Kosten eindeutig abgrenzbar. Die gegenteilige Aussage ist daher kein stichhaltiges Argument für die Aufnahme der fixen Kosten in den Gleichungsansatz des Dualproblems.

Der völlige Verzicht auf die Berücksichtigung der fixen Kosten ist aber bei der Investitionsplanung dennoch nicht möglich. Während die Fixkosten bei der kurzfristigen Planung des Produktionsprogramms als unveränderliche, im Hinblick auf die Gewinnmaximierung neutrale Daten betrachtet werden konnten, bietet der Bruttogewinn bei der langfristigen Planung kein eindeutiges Kriterium der Gewinnmaximierung. Der endgültige Orientierungspunkt ist bei dieser Problemstellung der Nettogewinn, der in seiner Höhe nicht allein von den Deckungsbeiträgen der Produktarten, sondern auch von den durch die geplanten Investitionen und Divestitionen verursachten Fixkostenerhöhungen oder Fixkostensenkungen abhängig ist. Diese Abhängigkeit läßt sich in der Gewinngleichung

$$(4) \quad G_1(x_i) = (e_i - k_i)(x_i) - K_{f1} \quad (53)$$

ausdrücken. Wird nun die Kapazität des Betriebes durch eine Investition erweitert, geht die Gewinngleichung (1) in die Form

$$(5) \quad G_2(x_j) = (e_j - k_j)(x_j) - K_{f2} \quad (54)$$

über, wobei $K_{f2} > K_{f1}$ ist.

Ist G_2 größer als G_1 , handelt es sich um eine wirtschaftlich zweckmäßige, im umgekehrten Falle um eine unzuweckmäßige Investition. Diese Beurteilung der Investition ist unabhängig von der Höhe des Grenzgewinns des erweiterten Faktorenkomplexes (55).

Während in den vorangegangenen Ausführungen die Aufgabe in der Weise gestellt war, eine gegebene Kapitalsumme gewinnoptimal zu investieren, soll nunmehr der Fall untersucht werden, daß eine bestimmte Kapitalsumme durch Divestition gewinnoptimal liquide zu machen ist. Ebenso wie bei der Investi-

(53) Vgl. Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: Z.f.h.F. 1960, S. 530 f.

(54) G = Nettogewinn; x_i = Produktmengen des Produktionsniveaus i ; x_j = Produktmengen des Produktionsniveaus j ; e = Erlös; k = variable Stückkosten; K_f = fixe Gesamtkosten.

(55) Zum Problem der Fixkosten bei Investitionsentscheidungen vgl. auch Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961, S. 640 f.

tionsaufgabe bildet die Höhe der Faktorgrenzgewinne das Kriterium auch für die Wahl der optimalen Divestition. Allerdings dient in diesem Falle nicht der höchste, sondern der niedrigste Faktorgrenzgewinn als Orientierungspunkt für die Auswahl des Faktorenkomplexes, dessen Kapazität gewinnoptimal verringert werden kann. Wie bereits an anderer Stelle ausgeführt wurde, ist ein niedriger Faktorgrenzgewinn ein Anzeichen dafür, daß der betreffende Faktorenkomplex in bestimmtem Umfang Leerkapazitäten aufweist. Werden diese durch Divestition abgebaut, wird der Bruttogewinn des Unternehmens nicht verringert. Ob allerdings eine Divestition bei dem betreffenden Faktorenkomplex in so begrenztem Umfang vorgenommen werden kann, daß seine Nutzkapazität nicht angegriffen wird, hängt von seiner Teilbarkeit ab. Der Liquidisierungseffekt, der durch eine solche Divestition erzielt wird, richtet sich nach der Höhe des realisierbaren Verkaufserlöses der zu divestierenden Faktoreinheiten.

Wird die Nutzkapazität eines Faktorenkomplexes durch eine Divestition angegriffen, entsteht eine neue Engpaßkapazität, die eine Realisierung des ursprünglichen optimalen Produktionsprogramms verhindert. Die Durchrechnung des durch die Vornahme einer solchen Divestition nunmehr veränderten Simplex-Tableaus führt zu einer Lösung, die unter der veränderten Nebenbedingung die optimale ist. Der Bruttogewinn dieser neuen Optimallösung muß stets geringer sein als der der ersten, weil die Gültigkeit der Zielfunktion im zweiten Falle auf ein engeres Intervall begrenzt ist als im ersten. Ob diese zweite Lösung von allen durch Divestitionen gleicher Kapitalhöhe zu bewirkenden Lösungen die optimale ist, läßt sich jedoch nicht eindeutig feststellen, da es für eine Divestition, die über den Abbau von Leerkapazitäten hinausgeht, nach dem heutigen Stand der Forschung kein Optimalitätskriterium gibt. Die Aufgabe, durch Divestitionen einen bestimmten Kapitalbetrag liquide zu machen, ist daher gegenwärtig nur unter der Voraussetzung lösbar, daß der angestrebte Liquidisierungseffekt ausschließlich durch den Abbau der bei dem optimalen Produktionsprogramm auftretenden Leerkapazitäten der Faktorenkomplexe erzielt werden kann.

Das dargestellte Liquidisierungsproblem bildet gleichzeitig ein Problem der Nettogewinnmaximierung, das die durch optimale Investitionen angestrebte Abstimmung der Faktorquerschnitte auf die optimale Betriebsgröße von der Seite der Divestitionen her zum Gegenstand hat. Werden nämlich die Leerkapazitäten der Faktorenkomplexe, die nicht Engpaßfaktoren des langfristig optimalen Produktionsprogramms sind, abgebaut, erhöht sich der Nettogewinn des Unternehmens um den Betrag der wegfallenden fixen Kosten, also der Leerkosten.

Generell läßt sich das Problem der optimalen Investition als ein Problem der Nettogewinnmaximierung definieren, bei dem der angestrebte Gewinneffekt dadurch erzielt wird, daß der durch die Investition bewirkte Bruttogewinnzuwachs größer ist als der durch dieselbe Investition hervorgerufene Zuwachs der fixen Kosten. Demgegenüber enthält das Problem der Divestition zwei Unterprobleme, die durch die unterschiedlichen Zielsetzungen, unter denen Divestitionen vorgenommen werden können, entstehen. Zum einen kann das Ziel einer Divestition darin bestehen, vorhandene Leerkapazitäten abzubauen, zum anderen kann angestrebt werden, eine bestimmte Kapitalsumme liquide zu machen. Im ersten Falle läßt sich das Problem der Divestition als ein Problem der Nettogewinnmaximierung definieren, bei dem der angestrebte Gewinneffekt dadurch erzielt wird, daß die mit der Divestition verbundene Bruttogewinnminderung geringer ist als die durch die Divestition bewirkte Verminderung der fixen Kosten. Auch insoweit wird also das Problem der optimalen Investition durch das Problem der optimalen Divestition im Hinblick auf das Ziel der langfristigen Nettogewinnmaximierung und damit auf das Ziel der optimalen Betriebsgröße ergänzt. Im zweiten Falle kann das Problem der Divestition dagegen als ein Problem der relativen Nettogewinnmaximierung definiert werden, bei dem das Divestitionsobjekt unter der Bedingung auszuwählen ist, daß die Differenz zwischen der mit der Divestition verbundenen Bruttogewinnminderung und der eintretenden Fixkostensenkung gegenüber allen zur Wahl stehenden Divestitionen die minimale ist.

Im Prinzip läßt sich die optimale Divestition auf ähnliche Weise ermitteln wie die optimale Investition, nämlich durch den Vergleich der mit den Divestitionen verbundenen Bruttogewinn- und Fixkostenabnahmen. Dieser Vergleich wird am einfachsten auf die Weise durchgeführt, daß man das Prinzip der Gewinnschwellenanalyse (56) auf die einzelnen Produktarten oder Produktartengruppen anwendet. Abweichend von der Gewinnschwellenanalyse dürfte in diesem Falle jedoch nur der aufgrund der Divestition wegfallende Teil der fixen Kosten mit den bei alternativen Produktions- und Absatzmengen entstehenden Deckungsbeiträgen verglichen werden.

(56) Zur Gewinnschwellenanalyse vgl. u. a. : Vatter, William J., Toward a Generalized Break-Even Formula, in: N. A. A. Bulletin, Vol. 43, No. 4, S. 5 ff. ; Jaedicke, Robert K., Improving B-E Analysis by Linear Programming, in: N. A. A. Bulletin, Vol. 42, No. 7, S. 5 ff.

225 Das Ganzzahligkeitsproblem bei der Anwendung der Simplex-Methode auf Probleme der langfristigen Investitionsplanung

Mit dem Begriff der Faktorgrenzgewinne wurde in den vorangegangenen Ausführungen ein Element des Marginaldenkens auf die Verfahren der linearen Programmierung übertragen. Dieses Vorgehen war aus dem Grunde zulässig, weil marginale quantitative Änderungen multidimensionaler Funktionen in den Verfahren der Vektor- und Matrizenrechnung in gleicher Weise wie in denen der Infinitesimalrechnung Berücksichtigung finden. Für die Durchführung konkreter Planungsaufgaben bedeutet jedoch dieses Merkmal der linearen Programmierung, daß die quantitativen Werte der Optimallösung nicht in jedem Falle ganzzahlig zu sein brauchen. Bei den Grenzgewinnen der Faktorenkomplexe handelt es sich darum nicht um den Nutzen der letzten Faktoreinheit, "zum Beispiel einer ganzen Zahl einer bestimmten Maschinenart. Vielmehr umfassen diese Begriffe Kombinationen von Bruchteilen verschiedener Verwendungsmöglichkeiten an der Grenze" (57).

"Eine direkte Beziehung zwischen der Variation einer Einsatzmenge um eine - ganzzahlige - Einheit und dem Denken in Grenzbegriffen kann also nicht postuliert werden. Auf der anderen Seite darf aber behauptet werden, daß Beweise für die Gültigkeit der Marginaltheoreme auch im Bereich ganzzahliger Probleme bisher noch nicht erbracht sind. Aus diesem Grunde fehlt bei ganzzahligen Programmierungsaufgaben ein sinnvoller 'Wegweiser' wie das Simplex-Kriterium" (58).

Die Problemstellung ganzzahliger Aufgaben ist in jedem Falle dieselbe: Aus einer endlichen - in den meisten Fällen allerdings sehr großen - Anzahl möglicher Kombinationen soll nach einem Kriterium, in dem auch die Ganzzahligkeitsbedingung enthalten ist, die optimale Kombination gefunden werden (59). Dieses Kriterium weicht aber vom Simplex-Kriterium ab, da die ganzzahlige Optimallösung nicht unbedingt eine Basislösung zu sein braucht. Das heißt bei geometrischer Betrachtung, daß die ganzzahlige Optimallösung

(57) Vgl. Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: Z.f.h.F. 1960, S.534 f.

(58) Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: Z.f.h.F. 1960, S.534.

(59) Vgl. Krelle, Wilhelm, Ganzzahlige Programmierung. Theorie und Anwendung in der Praxis, in: Unternehmensforschung. Operations Research 1958, S.162; vgl. weiterhin hierzu: Albach, Horst, a.a.O., S.535.

nicht in jedem Falle auf einer der Begrenzungsgeraden des gekrümmten Lösungsraumes liegt, sondern auch durch einen Lösungspunkt innerhalb dieses Raumes repräsentiert werden kann (60).

Wie Krelle nachweist (61), gehören die Probleme der Investitionsplanung zu jenem Aufgabenbereich, der stets ganzzahlige Lösungen verlangt. Krelle gruppiert die Probleme dieses Bereichs in Anwendungsgebiete (62). Für einige von ihnen existieren spezifische mathematische Lösungsverfahren (63), die sich jedoch nicht alle auf die Probleme der Investitionsplanung übertragen lassen. Als praktikabel erscheinen nur vier Lösungswege, von denen wiederum nur der von Gomory (64) entwickelte in jedem Falle anwendbar ist, während die übrigen nur unter bestimmten Bedingungen als vertretbare Lösungsmethoden angesehen werden können.

Die erste Möglichkeit, zu ganzzahligen Lösungen zu gelangen, besteht darin, die nicht ganzzahligen Ergebniswerte auf die nächstliegende ganze Zahl auf-

(60) Vgl. Albach, Horst, a. a. O., S. 535.

(61) Vgl. Krelle, Wilhelm, Ganzzahlige Programmierung, a. a. O., S. 163.

(62) derselbe, a. a. O., S. 163.

(63) Hierbei handelt es sich um Lösungsmethoden bei dem sogenannten Zuschneideproblem (trim-problem) und dem Reisenden-Problem (traveling-salesman-problem). Zum Zuschneideproblem vgl. vor allem: Eiseman, K., The Trim Problem, in: Management Science 1957, S. 279 ff.; Zum Reisenden-Problem vgl. vor allem: Dantzig, George B., Fulkerson, D. R., Johnson, S. M., Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem, in: Operations Research 1954, S. 393 ff.; dieselben, On a Linear Programming, Combinatorial Approach to the Traveling-Salesman Problem, in: Operations Research 1959, S. 58 ff.; Flood, M. M., The Traveling-Salesman Problem, in: Operations Research 1956, S. 61 ff.; ein weiteres Planungsproblem, für das ein seiner mathematischen Problematik individuell entsprechendes Lösungsverfahren entwickelt wurde, ist das Personalanweisungsproblem. Hierzu vgl. vor allem Beckmann, Martin J., Lineare Planungsrechnung - linear programming -, Ludwigshafen 1959; Krelle, Wilhelm, Ganzzahlige Programmierung. Theorie und Anwendung in der Praxis, in: Unternehmensforschung. Operations Research 1958, S. 165; Gass, S. I., Linear Programming, New York 1958, insbesondere S. 185.

(64) Gomory, R. E., Outline of an Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs, Bulletin of the American Mathematical Society 1958, S. 275 ff.

oder abzurunden. Mit Recht weist jedoch Albach darauf hin, daß das Abrunden bei der Engpaßplanung unterschiedliche Wirkung auf die verschiedenen Teilbereiche (Faktorenkomplexe) hat (65). "Da man beim Abrunden nur durch Probieren feststellen kann, welche Größen nach unten abgerundet werden sollten, kommt ein Element der Willkür in die Lösung hinein. Dieses mag solange vertretbar sein, wie die Lösungsstruktur selbst durch die Ganzzahligkeitsbedingung nicht verändert wird. In vielen Fällen ist das aber der Fall" (66).

Weiterhin lassen sich nach Charnes und Cooper (67) manche Investitionsprobleme auf Modelle der stets ganzzahligen Transportprobleme zurückführen. In diesen Fällen ist eine ganzzahlige Optimallösung garantiert. Die beiden Autoren weisen jedoch nach, daß die Überführung von Investitionsproblemen auf Näherungsmodelle der genannten Art nicht bei jeder Aufgabe möglich ist.

Die dritte Möglichkeit ist die Lösung des Investitionsproblems mit Hilfe der Verfahren der dynamischen Programmierung (Dynamic Programming), da diese Verfahren stets zu ganzzahligen Resultaten führen (68). Dieser Lösungsweg ist mathematisch exakt und theoretisch auf alle Investitionsprobleme anwendbar. Eine praktische Einschränkung besteht jedoch darin, daß sich die Gleichungssysteme der dynamischen Programmierung mit der Anzahl zulässiger Alternativen wesentlich stärker als die der linearen komplizieren und die Errechnung der Optimallösung bereits bei Aufgabenstellungen mittleren Umfangs recht schwerfällig wird (69).

Der vierte Lösungsweg ist die Anwendung der auf dem von Gomory entwickelten Algorithmus beruhenden Methode der linearen Programmierung. "Die Methode besteht" - (ebenso wie die "empirischen" Methoden von Manne und

(65) Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: Z.f.h.F. 1960, S.536.

(66) derselbe, a.a.O., S.536. Albach zitiert an dieser Stelle einen Brief Dantzig vom 27.4.1960, in dem dieser ähnliche Bedenken gegenüber der Abrundungsmethode zum Ausdruck bringt.

(67) Charnes, A., Cooper, W. W., Management Models and Industrial Application of Linear Programming, in: Management Science 1957, S.38.

(68) Vgl. Bellman, R. W., Dynamic Programming, Princeton University Press, 1957.

(69) Vgl. Arrow, K. E., Historical Background, in: Arrow, K. E., Karlin, S., Scarf, H., Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production, Stanford 1958.

Markowitz (70), sowie von Dantzig, Fulkerson und Johnson (71), der Verfasser) - "darin, zunächst eine optimale Lösung zu finden, in der die Variablen gebrochene Werte annehmen dürfen. Dann werden zusätzliche Nebenbedingungen entwickelt, die berücksichtigen, daß die Lösung ganzzahlig sein muß. Jede zusätzliche Nebenbedingung macht die bisher gefundene optimale Lösung mit nicht ganzzahligen Werten unzulässig" (72). Während man nun bei den erwähnten empirischen Verfahren versuchen muß, nach einer endlichen Anzahl von Schritten zu einer Lösung zu gelangen, deren unabhängige Variable ohne Ausnahme zulässige, das heißt ganzzahlige Werte besitzen, erlaubt der Algorithmus Gomorys, diese Lösung systematisch zu entwickeln (73).

Diese Methode wurde inzwischen von Gomory selbst (74), sowie von Beale (75) und Dantzig (76) für ihre Anwendung auf gemischtganzzahlige Probleme weiterentwickelt, wodurch auch Finanzierungsprobleme projektierter Investitio-

-
- (70) Markowitz, H. M., Manne, A. S., On the Solution of Discrete Programming Problems, in: *Econometrica* 1957, S. 84.
- (71) Dantzig, George B., Fulkerson, D. R., Johnson, S. M., Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem, in: *Operations Research* 1954, S. 393 ff.
- Dantzig, George B., Discrete-Variable Extremum Problems, in: *Operations Research* 1957, S. 266 ff.; derselbe, Recent Advances in Linear Programming, in: *Management Science* 1956, S. 131 ff.
- (72) Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: *Z.f.h.F.* 1960, S. 537.
- (73) Das Problem einer nur-ganzzahligen Investitionsplanung nach dem Gomory-Verfahren wird im deutschen Schrifttum bei Albach an einem vereinfachten Beispiel anschaulich dargestellt. Vgl. Albach, Horst, a. a. O., S. 539 ff.
- (74) Gomory, R. E., A Method of Solving Linear Programming Problems When Some but not All of the Variables Must Take Integral Values, Unveröffentlichtes Manuskript, zitiert nach Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: *Z.f.h.F.* 1960, S. 538, Anm. 31.
- (75) Beale, E. M. S., A Method of Solving Linear Programming Problems When Some but not All of the Variables Must Take Integral Values, Princeton University, Technical Report No. 19, July 1958.
- (76) Dantzig, George B., On the Significance of Solving Linear Programming Problems with Some Integer Variables, in: *Econometrica* 1960, S. 30 ff.

nen mathematisch exakt lösbar werden. Diese Verfahren sind jedoch noch nicht genügend praktisch erprobt (77).

226 Dualwerte einschränkender Marktbedingungen

Da einschränkende Marktbedingungen im Gleichungsansatz der Simplex-Methode in gleicher Weise wie die Kapazitäten der Faktorenkomplexe formuliert werden, weisen auch deren Ergänzungsvariable im Dual spezifische Lösungswerte auf. Betrachtet man nun den Verkauf der Produkte als einen Teil der wirtschaftlichen Güterproduktion, was in der Tat dem wirtschaftswissenschaftlichen Axiom entspricht (78), lassen sich die Marktdaten durchaus als Produktionsbedingungen deuten. Angesichts dieser Auslegungsmöglichkeit bestehen keinerlei Bedenken, die Dualwerte der Ergänzungsvariablen einschränkender Marktbedingungen als Grenzgewinne dieser Produktionsbedingungen zu betrachten. Ihre Aussage steht auch keineswegs im Widerspruch zur Bedeutung der einschränkenden Bedingungen des Fertigungsbereichs. Er bietet vielmehr zusätzlich Kriterien für die Lösung von Entscheidungsproblemen bei der Investitionsplanung, bei der Bestimmung der langfristigen Absatzpolitik und bei der Disposition fixer Vertriebskosten.

Ist der Grenzgewinn einer Marktbedingung gleich Null, so heißt dies, daß keine Aussicht besteht, den Gewinn durch absatzpolitische Maßnahmen wie verstärkte Werbung, Verbesserung des Kundendienstes oder Änderung des Vertriebssystems zu steigern. Die Vergrößerung des Unternehmenserfolges wird dann eindeutig von den Nebenbedingungen des Fertigungsbereiches eingeschränkt. Eine Preissenkung des betreffenden Gutes verbietet sich in dieser Situation von selbst, denn damit ließe sich zwar gegebenenfalls eine Erweiterung der geschätzten Verkaufsgrenze erreichen. Sie wäre aber unter den gegebenen Fertigungsverhältnissen irrelevant. Die Optimallösung des neuen Gleichungsansatzes, in dem die geplante Preissenkung zu berücksichtigen wäre, müßte vielmehr einen niedrigeren Bruttogewinn ausweisen als die des ersten, da sich der Deckungsbeitrag der Produktart aufgrund der Preissenkung vermindert hat.

(77) Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: Z.f.h.F. 1960, S.538.

(78) Dieses Axiom besagt, daß die Menschen Güter zum Zwecke der Bedürfnisbefriedigung produzieren. Die Produktion ist also erst dann abgeschlossen, wenn diese Bedürfnisbefriedigung eingetreten ist, das heißt, wenn das Gut seinem Bestimmungszweck zugeführt, im Falle der Produktion für den anonymen Markt also verkauft ist.

Unter diesen Bedingungen ist also eine Preiserhöhung die einzige absatzpolitische Maßnahme, mit deren Hilfe der Unternehmenserfolg noch gesteigert werden könnte. Ob sie in Verbindung mit Investitionen im Fertigungsbereich oder isoliert von diesen durchgeführt werden soll, muß durch einen Lösungsvergleich alternativer Gleichungsansätze ermittelt werden. Eine absolute Optimallösung ist auch in diesem Falle nur durch Iteration zu gewinnen.

Besitzt dagegen ein Marktfaktor einen Grenzgewinn größer als Null, kann der Gesamtgewinn des Unternehmens gesteigert werden, sofern es gelingt, die Absatzmenge der betreffenden Produktart zu dem in der Zielgleichung postulierten Preis über die geschätzte Verkaufsgrenze hinaus zu vergrößern. In diesem Falle besteht die Möglichkeit, daß eine Preissenkung zu dem gewünschten Erfolg führt; nämlich dann, wenn die Nebenbedingungen des Fertigungs- und des Absatzbereiches eine Absatzsteigerung in einem solchen Umfange zulassen, daß die Deckungsbeiträge der zusätzlich hergestellten Produkteinheiten die durch die Preissenkung hervorgerufenen Erlösausfälle und die gegebenenfalls bei den übrigen Produkteinheiten auftretenden Minderungen der Deckungsbeiträge überkompensieren. Auch in diesem Falle muß das Kriterium für das absolute Gewinnmaximum durch Lösungsvergleiche bei alternativen Gleichungsansätzen und gegebenenfalls durch Iteration ermittelt werden.

3 Der Einfluß der linearen Programmierung auf das Rechnungswesen

31 Das Kostenrechnungssystem als Voraussetzung für die Anwendung der Verfahren linearer Programmierung

311 Allgemeine Einflüsse der linearen Programmierung auf die Organisation des Rechnungswesens

Die betriebswirtschaftlichen Eigenschaften, welche die Verfahren der linearen Programmierung aufgrund des ihnen zugrunde liegenden Axioms besitzen, erzwingen unter der Voraussetzung, daß diese Verfahren in das betriebliche Planungssystem aufgenommen werden sollen, bestimmte Voraussetzungen im Rechnungswesen. Das gilt sowohl für dessen Abrechnungssystem als auch für die anzuwendende Abrechnungstechnik. Zwischen diesen beiden Bereichen der Organisation des Rechnungswesens besteht eine wechselseitige Interdependenz der Art, daß die Wahl des Abrechnungssystems weitgehend davon abhängt, welche Möglichkeiten der Datenerfassung und der Datenverarbeitung aufgrund der vorhandenen Abrechnungstechnik bestehen. Andererseits richtet sich die Wahl

der Abrechnungstechnik nach dem Umfang des Zahlenmaterials, der wiederum auch von der Art des Abrechnungssystems bestimmt wird.

Jeder der beiden Organisationsbereiche muß den Anforderungen angepaßt werden, die eine Aufnahme der linearen Programmplanung an sie stellt. Bei der Wahl eines geeigneten Abrechnungssystems ist hierbei den betriebswirtschaftlich relevanten Merkmalen einer zweckmäßigen Plankosten- und Planerlösrechnung besondere Aufmerksamkeit zu widmen, da die Eingabedaten des linearen Programms - mindestens im Hinblick auf die Daten der Zielgleichung - Komponenten der Kosten- und der Erlösplanung sind. Die Elemente der Nebenbedingungen können ebenfalls aus dem Zahlenwerk der Plankosten- und der Planerlösrechnung gewonnen werden, sofern das System der Plankostenrechnung die Planung von Faktorkapazitäten einschließt und auf einer mit Arbeitsplatzstudien kombinierten Ablaufplanung beruht. Gelingt es, die Teilsysteme der Kosten- und Erlösplanung abrechnungstechnisch zu einem Koeffizientenschema zusammenzufassen, lassen sich die Zwecke der traditionellen Kosten- und Erlösrechnung und die der Programmplanung simultan erfüllen. Das bedeutet, daß die Ergebnisse der Programmplanung einerseits in denselben Zeitintervallen wie die Kostenplanung überprüft und andererseits kontinuierlich den Änderungen der Kosten- und der Erlösdaten angeglichen werden können. Damit wäre die ständige Aktualität der Programmplanung gesichert, die als Voraussetzung für die unternehmenspolitische Bedeutung jeder Planungsrechnung anzusehen ist.

Der wichtigste Einflußfaktor der linearen Programmierung auf die Abrechnungstechnik ist die für die mathematischen Planungsverfahren charakteristische Vielzahl der zu erfassenden und zu verarbeitenden Daten. Die Bedeutung dieses Faktors wird noch durch die Forderung verstärkt, die für die Datenverarbeitung aufzuwendende Zeit auf ein Minimum zu reduzieren, damit die Aktualität der Rechnung trotz der vielzahligen Rechenoperationen und der wohl in den meisten Fällen notwendig werdenden Iterationen nicht gefährdet wird.

Die Zahl der zu verarbeitenden Daten richtet sich erstens nach der Anzahl der Produktarten (79), zweitens nach der Zahl der am Fertigungsprozeß beteiligten Faktorenkomplexe und drittens nach der Zahl der einschränkenden Marktbedingungen. Der Umfang der Rechnung ist also stets von spezifischen Bedingungen abhängig, die durch die Merkmale des einzelnen Unternehmens vor-

(79) Die Zahl der Produktarten erhöht sich gegebenenfalls um die Zahl der "derivativen" Produktarten.

gegeben sind. Über die Anzahl der zu erfassenden und zu verarbeitenden Daten lassen sich darum keine generellen Aussagen machen.

Welche Form der Abrechnungstechnik im Einzelfalle zu wählen ist, bleibt aus diesem Grunde eine Tatfrage. Dennoch ist es möglich, im Hinblick auf die Verhältnisse in der Praxis des Handels und der Industrie die Aussage dahingehend zu präzisieren, daß die Verfahren der linearen Programmierung in der überwiegenden Zahl der Fälle - vor allem mit Rücksicht darauf, daß die Daten der Programmplanung zusätzlich zur Finanz- und Betriebsbuchführung sowie zur Lohnabrechnung erfaßt werden müssen - die Verwendung von Lochkartenmaschinen, häufig sogar von elektronischen Rechananlagen (Computers) erforderlich machen.

Die Datenverarbeitung (Ermittlung der Optimallösung nach der Simplex-Methode) erfordert in jedem Falle die Zuhilfenahme eines Computers. Die Kosten einer solchen Anlage mittlerer Größe - 70 000 bis 100 000 DM Monatsmiete (80) - wären ohne Zweifel für eine große Anzahl der Mittelbetriebe zu hoch. Unternehmungen dieser Größenordnung könnten jedoch in der Anschaffung (Kauf oder Miete) eines Kleincomputers (81), dessen Kosten etwa denen einer größeren Tabelliermaschine entsprechen, einen Ausweg suchen. Unter Umständen müßte jedoch in diesen Fällen der Ansatz des Gleichungssystems der Speicherkapazität des Computers entsprechend vereinfacht werden. Da aber eine solche Maßnahme nur zu Lasten des Genauigkeitsgrades der Rechnung vorgenommen werden könnte, empfiehlt sich die Verwendung eines Kleincomputers nur in jenen Fällen, in denen der Umfang der Rechenarbeit der vorhandenen Speicherkapazität der Anlage mindestens entspricht. Eignet sich ein solches Kleinrechenggerät dagegen nicht und sind andererseits die Kosten einer größeren Anlage für das Unternehmen zu hoch, besteht die Möglichkeit, die Gleichungssysteme auf fremden Geräten bearbeiten zu lassen. Einige Hersteller elektronischer Rechananlagen sind dazu übergegangen, im Auftrage ihrer Kunden algebraische Probleme auf ihren eigenen Geräten zu lösen.

(80) Vgl. Fryburg, Hans, Die Bedeutung elektronischer Rechananlagen für die betriebliche Planung, in: Betriebswirtschaftliche Planung in industriellen Unternehmungen, Abhandlungen aus dem Industrieseminar der Universität Köln, Festgabe für Professor Dr. Theodor Beste, Heft 10, Berlin 1959, S. 67.

(81) Ein Beispiel für ein solches Gerät ist der Kleincomputer I. C. T. 558.

312 Exkurs: Zur Frage der Gliederung des Rechnungswesens

Die Betonung der Kosten- und Erlösrechnung in ihrer Bedeutung für die Anwendung der Verfahren linearer Programmplanung könnten in der Weise mißverstanden werden, daß Kosten- und Erlösrechnung einerseits und lineare Planungsrechnung andererseits einen vom übrigen Zahlenwerk des Rechnungswesens isolierten Teilbereich des Rechnungswesens bilden. Dies wäre ein Mißverständnis.

Nach der Darstellung in zahlreichen betriebswirtschaftlichen Lehrbüchern wird das Rechnungswesen funktional in vier Teile gegliedert. Kalveram, der übrigens von Rechnungszweigen spricht, formuliert sie wie folgt:

- 1) Buchhaltung und Bilanz (Zeitrechnung),
- 2) Selbstkostenrechnung (Kalkulation, Stückrechnung),
- 3) Statistik (Vergleichsrechnung),
- 4) Vorausplanung (betriebliche Vorscheurechnung) (82).

Ohne Zweifel stammt diese Einteilung des Rechnungswesens aus einer Zeit, in der es üblich war, daß der Kaufmann lediglich seine Finanzbuchhaltung als kontinuierliche Zeitrechnung führte und nur von Fall zu Fall punktuelle Sonderrechnungen zur Lösung von Entscheidungsproblemen aufstellte. Spätestens mit der Entwicklung des Kontenrahmens durch Schmalenbach (83) verlor jedoch diese Gliederung wissenschaftlich ihre Berechtigung, denn von diesem Zeitpunkt an war die organische Zusammengehörigkeit mindestens von Finanzbuchführung und Kostenrechnung evident. Diesem Tatbestand trägt Kalveram insofern Rechnung, als er den Gliederungspunkt 1 mit dem in Parenthese gesetzten Begriff "Zeitrechnung" belegt und damit die Erweiterung des Begriffes "Buchhaltung" auf die Kostenstellenrechnung und die Kostenträgerrechnung zuläßt. Bei dieser Auslegung zeigt sich aber eine weitere Ungereimtheit in dem Kalveram entnommenen Gliederungssystem, denn nunmehr entsteht ein systematischer Bruch innerhalb der Kostenrechnung, nämlich zwischen der Kostenträgerzeitrechnung und der Kostenträgerstückrechnung. Wollte man diese Gliederung konsequent aufrechterhalten, müßte man die Kostenrechnung zwischen den Gliederungspunkten 1, 2 und 4 aufteilen, nämlich zum einen als Kostenstellenrechnung und Kostenträgerzeitrechnung, zum zweiten als Kostenträgerstückrechnung und zum dritten als Plankostenrechnung. Ob zum Beispiel eine Kostenstellenrechnung mit Plan- und Ist-Werten dem

(82) Kalveram, Wilhelm, Industrielles Rechnungswesen, Bd. I: Doppelte Buchhaltung und Kontenrahmen, 3. Aufl., Wiesbaden o. J., S. 7 ff.

(83) Schmalenbach, Eugen, Der Kontenrahmen, 2. Aufl., Köln und Opladen 1930.

Gliederungspunkt 1, dem Gliederungspunkt 2 oder dem Gliederungspunkt 4 zuzurechnen wäre, ist eine Frage, die meines Wissens in der Literatur bisher weder gestellt noch beantwortet wurde.

Eine ähnliche Problematik entsteht hinsichtlich des Gliederungspunktes 3. Eine von der Zeitrechnung isolierte Betriebsstatistik existiert effektiv nicht. Vielmehr werden statistische Methoden bei der Lösung zahlreicher Aufgaben des Rechnungswesens angewandt. Beispiele hierfür sind Trendextrapolationen bei der Absatzvorschaurechnung und Ermittlungen statistischer Korrelationen zwischen variablen Werten der Kostenrechnung, der Investitionsrechnung oder der Absatzplanung.

Es entspricht daher der Realität, auf eine funktionale Gliederung zu verzichten und das Rechnungswesen als ein organisches Ganzes aufzufassen, in dem die Plan- und die Istrechnung sowie die Perioden- und Stückrechnung lediglich verschiedene Darstellungsweisen des betrieblichen Erfolges sind (84). Für jede dieser Rechnungsarten gelten dieselben Grundsätze der Datenerfassung und der Datenverarbeitung.

313 Kostenrechnungssysteme und lineare Programmierung

Die modernen Systeme der Kosten- und Leistungsrechnung sind sogenannte Plankostenrechnungen. Sie haben sich dogmengeschichtlich aus der jedem Praktiker bekannten Istkostenrechnung und dem unmittelbaren Vorläufer der Plankostenrechnung, der sogenannten Normalkostenrechnung entwickelt. Die Plankostenrechnung ist also die letzte Entwicklungsstufe der Kosten- und Leistungsrechnung, und nicht - wie häufig angenommen wird - ein völlig neues System, das mit der Istkostenrechnung und der Normalkostenrechnung nichts zu tun hat oder sogar zu diesen beiden Systemen im Widerspruch steht. Die Unterschiede zwischen den Entwicklungsstufen der Kosten- und Leistungsrechnung liegen nicht darin, daß die Plankostenrechnung keine Istwerte und die Istkostenrechnung sowie die Normalkostenrechnung keine Planwerte enthielte. Mit Recht weist Schwantag darauf hin, daß in der Istkostenrechnung zum Beispiel die Akkordlöhne und in der Normalkostenrechnung die Verrechnungspreise sowie die normalisierten Gemeinkostenzuschläge ihrem Charakter nach Plan-

(84) Vgl. Schwantag, Karl, Zins und Kapital in der Kostenrechnung, Bad Oeynhausen, Leipzig, Berlin, Frankfurt/Main o.J., S.7 ff., insbesondere S.9.

werte sind (85). Der Unterschied besteht in den Zielsetzungen der verschiedenen Kostenrechnungssysteme. Die Plankostenrechnung hat im Gegensatz zur Istkostenrechnung und zur Normalkostenrechnung eine dualistische Zielsetzung. Zum einen verfolgt sie den Zweck, zukünftige Entwicklungen der Kostenkomponente des Unternehmenserfolges erkennen zu lassen, zum anderen dient sie der Aufgabe, für alle Kosten- und Leistungsstellen des Unternehmens Vorgabewerte zu erarbeiten, damit anhand eines später durchzuführenden Vergleichs zwischen den geplanten und den effektiven Kosten der Betriebsablauf kontrolliert werden kann. Das Kontrollziel der Plankostenrechnung erfordert also innerhalb eines geschlossenen Systems die Erfassung von Istkosten und Sollkosten und deren Vergleich.

Die dualistische Zielsetzung der Plankostenrechnung veranlaßt Kosiol, zwischen zwei Arten der Plankostenrechnung zu unterscheiden. Die technisch orientierte "Standardkostenrechnung" dient der Kontrolle der "mengenmäßigen Ergiebigkeit des Güter-Verbrauchs" (86), während die ökonomisch ausgerichtete Prognosekostenrechnung das Ziel verfolgt, "die preismäßige oder ökonomische Ergiebigkeit des Güterverbrauchs" (87), also die Rentabilität, zu kontrollieren. Er begründet diese Unterscheidung damit, daß es im Rechnungswesen keinen Pluralismus der Zwecke gebe (88). Wörtlich führt er hierzu aus: "Die Methodik der Rechnungsverfahren leitet sich aus dem gesetzten Rechnungsziel ab und ist daher zweckkonform zu gestalten. Daher wird sie nur zufällig für einen andersartigen Zweck geeignet sein" (89). "Worauf es ankommt, ist die objektive Herausarbeitung des Kernzieles, auf das alle rechnerischen Maßnahmen konsequent ausgerichtet sein müssen" (90).

Diese scharfe Trennung des Kontroll- und des Planungsgedankens, die be-

(85) Vgl. Schwantag, Karl, Artikel Plankostenrechnung, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, 42. Lieferung, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1962, S.308.

(86) Kosiol, Erich, Plankostenrechnung als Instrument moderner Unternehmensführung, Erhebungen und Studien zur grundsätzlichen Problematik, 2. Aufl., Berlin 1956, S.55.

(87) derselbe, a. a. O., S.55.

(88) Kosiol, Erich, Plankostenrechnung als Instrument moderner Unternehmensführung, Erhebungen und Studien zur grundsätzlichen Problematik, 2. Aufl., Berlin 1956, S.54.

(89) derselbe, a. a. O., S.54.

(90) derselbe, a. a. O., S.54.

zeichnenderweise bei dem Schweizer Käfer nicht vorgenommen wird (91), ist wohl darauf zurückzuführen, daß der Veröffentlichung Kosiols eine empirische Untersuchung in zahlreichen deutschen Unternehmen zugrundeliegt. Die in Deutschland vorherrschenden Kostenrechnungssysteme sind aber, worauf Kosiol selbst hinweist (92), reine "Standardkostenrechnungen". Die Ursache hierfür ist wohl darin zu suchen, daß die Praxis der Kostenrechnung in Deutschland auf die organisatorische Tätigkeit von Unternehmensberatern zurückgeht, die in der überwiegenden Zahl der Fälle Ingenieure (93) waren, denen also das technische Denken näherlag als das ökonomische. Kosiols typologischer Analyse liegt daher das Bestreben zugrunde, dem ökonomisch orientierten Denken in der Plankostenrechnung Geltung zu verschaffen. Der aus diesem Bestreben erkennbaren Auffassung, daß die Plankosten echte "Prognosewerte" sein müssen, wird von den Autoren des betriebswirtschaftlichen Schrifttums übereinstimmend beigegeben. Hingegen wird Kosiols Auffassung von den übrigen Autoren insoweit nicht zugestimmt, als er zur Verfolgung der dualistischen Zielsetzung die Verwendung zweier monistischer Kostenrechnungen postuliert, von denen die eine - die Prognosekostenrechnung - als tragendes Element in das Planungssystem eingegliedert ist, während die andere - die Standardkostenrechnung - der Kontrolle dient und daher "nur am Rande mit der Gesamtplanung zusammenhängt" (94). Diese Trennung im System erscheint nicht nur überflüssig, sondern auch im Hinblick auf das Kontrollziel der Plankostenrechnung unzweckmäßig.

Nach Kosiol zeigt sich "der Unterschied in den Zielsetzungen beider Rechnungs-

(91) Vgl. Käfer, Karl, Standardkostenrechnung. Budget, Plan- und Maßkosten im Rechnungswesen des Betriebes, Stuttgart 1955.

Auch Käfers Beitrag basiert auf einer empirischen Untersuchung, die aber im Gegensatz zu der Untersuchung Kosiols zum überwiegenden Teil in schweizerischen Unternehmen durchgeführt wurde. In der Schweiz ist aber das Prinzip der amerikanischen "budgetary control", einer ökonomisch orientierten Plankostenrechnung, bei weitem stärker verbreitet als in Deutschland.

(92) Vgl. Kosiol, Erich, a.a.O., S.7.

(93) Die ersten Plankostenrechnungen wurden in Deutschland von E. Michel und W. W. Neumayer eingeführt. Das von beiden dabei angewandte technisch orientierte Prinzip hat sich als bahnbrechendes Beispiel in den deutschen Betrieben über mehrere Jahrzehnte hinweg gehalten.

(94) Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961, S.98.

typen ... am deutlichsten beim Wertansatz für die Kostengütermengen"(95). In der Standardkostenrechnung werden die Soll- und Istmengen zu Festpreisen, in der Prognosekostenrechnung zu Marktpreisen bewertet. Da aber die Höhe der Festpreise in der Standardkostenrechnung durch die Geschäftsleitung aufgrund von Zweckmäßigkeitserwägungen frei bestimmt werden kann, ist durchaus nicht einzusehen, warum die Festpreise nicht auf der Basis erwarteter Marktpreise vorgegeben werden sollten. Da eine Zerlegung der gesamten Planabweichungen in Preis- und Mengenabweichungen in jedem Falle möglich ist, entfällt Kosiols Argument, für den Kontrollzweck der Plankostenrechnung sei nur die Mengen- (Verbrauchs-) abweichung, für den Zweck der Unternehmensplanung sei dagegen vor allem die Preisabweichung relevant. Der Vorteil wirklichkeitsnaher Preisstandards ist aber gerade im Hinblick auf das Kontrollziel wichtig. Er zeigt sich darin, daß Vorgabewerte auf die Leiter von Verantwortungsbereichen um so erzieherischer wirken, je realistischer sie in ihrer Höhe bemessen sind.

Die Ablehnung der Differenzierung zwischen Standard- und Prognosekosten wird bei Welsch besonders eingehend begründet. Welsch zeigt, daß die Unterscheidung zwischen "standard costs" und "budget costs" darauf beruht, daß die "standard costs" unter vier verschiedenen Prämissen definiert werden können, und zwar

- 1) als "Basic or Bogey Standards", represented as "standard cost allowances set for the first or base year" (96),
- 2) als "Ideal Standards", represented as "what the minimum cost should be under the best possible operating conditions" (97),
- 3) als "Normal Standards", represented as "what costs should be over a complete cycle of operations for the particular firm" (98),
- 4) als "Expected Actual or Current Standards", represented as "What costs should be for the concern under normal expected operating conditions for a short period of time" (99).

Zur letztgenannten Definition der Standardkosten führt er weiter aus: "Standard costs have a very close relationship to budgeting. The discussions to follow

(95) Kosiol, Erich, a. a. O., S. 58.

(96) Welsch, Glenn A., Budgeting. Profit-Planning and Control. Englewood Cliffs, N.J. 1957, S. 328.

(97) derselbe, a. a. O., S. 328.

(98) derselbe, a. a. O., S. 329.

(99) derselbe, a. a. O., S. 329.

will attempt to explain and illustrate the direct relationship between standard costs and the cost side of the budget. The definitions above provide the principal clue to this relationship. If expected actual standards are developed for use in the accounts, these same standards should be used for cost calculations in the planning or forecast budget" (100). Bewertet man nun die Standardkosten als "Expected Actual or Current Standards", ist die Standardkostenrechnung mit der Prognosekostenrechnung im Sinne Kosiols identisch.

Es läßt sich daher die These aufstellen, daß die zum Zwecke der innerbetrieblichen Kontrolle verwendeten Plankostenwerte in unveränderter Form zugleich als Daten der Planungsrechnung angesehen werden können (101). Der Plankostenbegriff ist also ein einheitlicher, die Plankostenrechnung aus diesem Grunde ein organisatorisches Ganzes (102). In diesem Sinne ist auch der Standardkostenbegriff zu verstehen, den die Arbeitsgemeinschaft Plankostenrechnung (AGPLAN) zusätzlich zum Plankostenbegriff definiert hat (103). Dieser besitzt nämlich - im Gegensatz zu dem gleichlautenden Begriff Kosiols - materiell keinen anderen Inhalt als der der Plankosten. In Übereinstimmung mit der Bedeutung, die den "standard costs" im amerikanischen Schrifttum beigelegt wird, definiert die AGPLAN die Standardkosten als Vorgabekosten je Kostenträgereinheit, die Plankosten dagegen als Vorgabewerte der Kosten- und Leistungsrechnung in den Stellenplänen je Zeiteinheit. Dividiert man nun die Summe aller Plankosten (Stellenvorgaben) durch die Maßzahl der Träger, erhält man als Ergebnis die Standardkosten. Es handelt sich also bei dieser Begriffsunterscheidung lediglich um die Wahl verschiedener Bezugsgrößen, aber nicht um eine materiell wirksame Differenzierung.

(100) Welsch, Glenn A., Budgeting. Profit-Planning and Control, Englewood Cliffs, N.J. 1957, S.329.

(101) Diese Auffassung wird von zahlreichen deutschen Autoren ebenfalls vertreten. Vgl. u.a.: Schwantag, Karl, Zur Theorie und Praxis der Plankostenrechnung, in: Z.f.B. 1952, S.67;
Ellinger, Theodor, Rationalisierung durch Standardkostenrechnung, Stuttgart 1954, S.10 ff.; Nowak, Paul, Kostenrechnungssysteme in der Industrie, Köln und Opladen 1954, S.78 ff.

(102) Diese Auffassung auch bei Blocker, John G. and Weltmer, W.Keith, Cost Accounting, New York, Toronto, London 1954, S.562.

(103) Arbeitsgemeinschaft Plankostenrechnung (AGPLAN), Fortschritte in der Planungsrechnung; erweiterter Sonderdruck der Zeitschrift für Betriebswirtschaft (Z.f.B.), Wiesbaden 1955.

Zusammenfassend kann zum Begriff der Planvorgabewerte festgestellt werden, daß Standardvorgaben stets für den Planungszeitraum unter normalen Bedingungen zu erwartende Größen sind. Das gilt sowohl für das Mengengerüst der Kosten als auch für die Plankostensätze je Verbrauchseinheit.

314 Die Anwendung der Verfahren linearer Programmplanung in Verbindung mit Systemen der Istkosten- und der Normalkostenrechnung

Aufgrund ihres reinen Planungscharakters kann die lineare Programmierung nur dann mit Erfolg angewandt werden, wenn die Eingabedaten für den Planungszeitraum repräsentativ sind. Ihre Anwendung setzt daher sorgfältig ermittelte Plankosten voraus. Ohne Zweifel besteht unter bestimmten Bedingungen die Möglichkeit, diese Forderung auch mit einer Istkostenrechnung oder einer Normalkostenrechnung zu erfüllen. Das trifft auf den Fall zu, daß sich das Unternehmen in einem stationären Zustand befindet und mit einer Veränderung der gegenwärtigen Ist- bzw. Normalkostenwerte im Ablauf des Planungszeitraumes nicht zu rechnen ist. In diesem Falle handelt es sich um einen Übergang von der Istkosten- oder Normalkostenrechnung zur Plankostenrechnung, der durch die Identität der Istkosten- und Plankostenwerte gegeben ist. Die durch die Aufnahme der linearen Programmplanung in das Rechnungswesen entstandene kostenrechnerische Problematik ist also dieselbe, die für die Systeme der Plankostenrechnung als typisch angesehen werden muß. Es erübrigt sich daher, auf jene Fälle, in denen Istkosten- und Normalkostenrechnungen die Grundlage der linearen Programmierung bilden, gesondert einzugehen.

315 Plankostenrechnungssysteme

3151 Übersicht

Der Gesamtkomplex der Plankostenrechnungssysteme läßt sich nach Maßgabe der spezifischen Systemmerkmale in Gruppen und Untergruppen gliedern, die am übersichtlichsten in folgendem Schema dargestellt werden können:

1. Starre Plankostenrechnungen,
2. Flexible Plankostenrechnungen,
 - a. Vollkostenrechnungen,
 - b. Grenzkostenrechnungen,
 - aa. reine Grenzplankostenrechnungen,
 - bb. erweiterte Grenzplankostenrechnungen.

3152 Die starre Plankostenrechnung

Bei den starren Plankostenrechnungen, als deren prominentester Vertreter Erich Schneider gelten kann (104), werden die Kosten den Stellen nach Kostenarten getrennt, als Kostensummen vorgegeben, die auf der Grundlage eines festen Planbeschäftigungsgrades und ebenfalls als fest angenommener sonstiger Bezugsgrößen für den Planungszeitraum repräsentativ geschätzt werden. Die Preisabweichungen, die sich als Differenzen zwischen Planpreisen und Ist-Einstandspreisen ermitteln lassen, werden entweder beim Eingang der Produktionsfaktoren in den Betrieb oder bei ihrem Eingang in den Produktionsprozeß auf Preisabweichungskonten erfaßt. Die Planwerte enthalten sowohl fixe als auch variable Kostenbestandteile, die im Stellenplan nicht getrennt ausgewiesen werden.

Die Nachteile dieses Systems sind offenkundig. Außer der Preisabweichung werden nämlich alle Planabweichungen als Gesamtabweichungen auf den Stellen ausgewiesen. Eine Trennung in Verbrauchs- und Beschäftigungsabweichungen ist im System der starren Plankostenrechnung nicht möglich. Aus diesem Grunde ist dieses Plankostenrechnungssystem als Kontrollinstrument nur dann geeignet, wenn alle - auch die fix geplanten - Kosten sich im Vollzug der Produktion den veränderten Verhältnissen sofort proportional anpassen ließen. Das ist aber nur selten der Fall (105).

Die für die Anwendung linearer Planungsverfahren schwer wiegenden Nachteile dieses Systems bestehen einerseits darin, daß die Vorgabewerte jeweils nur in einem einzigen Punkte der Kostenfunktion Prognosekosten im Sinne Kosiols sind, zum anderen in der technischen Unmöglichkeit, mit Hilfe der starren Plankostenrechnung die Brutto-Stückgewinne der Kostenträger zu ermitteln. Beide Nachteile sind auf die Proportionalisierung der fixen Kosten zurückzuführen, die diesem System inhärent ist (106).

(104) Schneider, Erich, Industrielles Rechnungswesen. Grundlagen und Grundlagen, 2. Aufl., Tübingen 1954.

(105) Vgl. Schneider, Erich, Grundsätzliches zur Planung und Standardkostenrechnung, in: Z.f.h.F. 1940, S.252 ff.

(106) Zu den Wirkungen der Proportionalisierung fixer Kosten vgl. Link, Herbert, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten, Dissertation, Mainz 1958.

3153 Die flexible Vollkostenrechnung

Im Gegensatz zur starren Plankostenrechnung werden bei den flexiblen Systemen keine Kostensummen, sondern Kostenfunktionen vorgegeben, die auf der Grundlage technisch bestimmter Verbrauchsfunktionen ermittelt werden (107). Das trifft sowohl auf die flexiblen Vollkostenrechnungen als auch auf die Grenzkostenrechnungen zu. Die Kostenfunktionen geben die Abhängigkeit der in den Stellen erfaßten Kostenarten von bestimmten Bezugsgrößen, wie zum Beispiel dem Beschäftigungsgrad, der Produktionsintensität, der Losgröße, der qualitativen Auftragszusammensetzung, der Zeit, der Temperatur (108) u. a. an. Die geplanten Verbrauchsmengen und Kostensätze je Verbrauchsmengeneinheit sind in diesen Funktionen als Parameter, und zwar meist als Konstante, enthalten.

Die Eigenschaft der Flexibilität erhalten die genannten Systeme dadurch, daß den unabhängigen Variablen der Funktionen jeweils die entsprechenden Istwerte des Planungszeitraumes beigemessen werden. Bezogen zum Beispiel auf die Variable Beschäftigungsgrad bedeutet das, daß sich als abhängige Variable die Plankosten beim Istbeschäftigungsgrad der betreffenden Periode als Kostenvorgaben ergeben. Der bedeutende Vorzug der flexiblen Systeme gegenüber den starren besteht in der Aufspaltung der Gesamtabweichung in die von den Stellenleitern zu vertretenden Verbrauchsabweichungen und die nicht zu vertretenden Beschäftigungs- und ähnlichen Abweichungen (wie zum Beispiel solcher, die auf die Einflüsse von Temperaturänderungen oder Änderungen der Losgröße zurückzuführen sind).

Zwischen den flexiblen Vollkostenrechnungen und den Grenzkostenrechnungen besteht ein formeller und ein materieller Unterschied. Der formelle Unterschied liegt darin, daß bei den Vollkostenrechnungen die Planansätze der in den Kostenstellen erfaßten Kostenarten fixe und variable Kostenbestandteile ungeteilt enthalten, während bei der reinen Grenzplankostenrechnung nur die variablen Kosten und bei der erweiterten Grenzplankostenrechnung die variablen von den fixen Kosten getrennt geplant und getrennt vorgegeben werden.

(107) Zum Begriff der Verbrauchsfunktionen vgl. Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 4. Aufl., Bd. 1: Die Produktion, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, S. 220 ff.

(108) Vgl. Schwantag, Karl, Artikel Plankostenrechnung, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, 42. Lieferung, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1962, S. 308 ff.

Der materielle Unterschied ergibt sich aus dem formellen. Bei den Vollkostenrechnungen werden Fixkostenbestandteile so, als ob sie variable Kosten wären, auf die Leistungen verrechnet. Die Ursache hierfür liegt in der Eigenart der Vollkostenrechnung, bei der die in den Verbrauchsfunktionen als Koeffizienten der Variablen erscheinenden Planwerte summarisch aus fixen und variablen Kostenbestandteilen bestehen. Für die Endkalkulationen der Kosten- und Leistungsträger ergibt sich daraus die Konsequenz, daß die Trägerfunktionen aufgrund der Verrechnung innerbetrieblicher Leistungen Fixkostenbestandteile enthalten, die - sofern die Beschäftigungsgrade der Hauptkostenstellen und der Hilfskostenstellen nicht übereinstimmen - wie variable Kosten behandelt werden. Detaillierte Untersuchungen über die Wirkungen, die von der Proportionalisierung der fixen Kosten ausgehen, können bei Link (109) und Matz (110) nachgelesen werden. Sie liegen im wesentlichen darin, daß die Endkalkulationen der absatzbestimmten Leistungen die Gliederung der Kosten in fixe und proportionale Elemente nicht mehr erkennen lassen. Damit geben diese Kalkulationen nicht die für die Preis-Absatz-Politik benötigten Größen wieder und sind aus diesem Grunde jenen Kalkulationen unterlegen, die auf der Grundlage von Grenzkostenrechnungen aufgestellt werden. Als ausschlaggebend für die Anwendung der linearen Planungsrechnung muß aber angesehen werden, daß bei Anwendung einer flexiblen Vollkostenrechnung die Brutto-Stückgewinne der Produktarten ebensowenig bestimmbar sind wie bei Verwendung einer starren Plankostenrechnung.

3154 Grenzkostenrechnungen

Die Nachteile der flexiblen Vollkostenrechnung werden von den Grenzkostenrechnungssystemen vermieden. Die Entwicklung dieser Systeme geht auf grundsätzliche Erkenntnisse Schmalenbachs zurück, die dieser bereits im Jahre 1899 in der Deutschen Metallindustrie-Zeitung veröffentlicht hat (111). Schmalenbach schlug vor, nur die "primären Unkosten" in die Kostenträgerrechnung zu übernehmen und die "sekundären Unkosten" dem Rohgewinn global gegenüber-

(109) Link, Herbert, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten, Dissertation, Mainz 1958, S.17 ff.

(110) Matz, Adolph, Plankostenrechnung. Handbuch für die Praxis, Wiesbaden 1954.

(111) Schmalenbach, Eugen, Buchführung und Kalkulation im Fabrikgeschäft, Unveränderter Nachdruck aus der Deutschen Metallindustrie-Zeitung, 15. Jahrgang 1899, Leipzig 1928.

zustellen. In seinen späteren Beiträgen (112) hat er diesen Gedanken dahingehend präzisiert, daß in der Kostenrechnung eine Trennung der fixen und der variablen Kosten vorgenommen werden sollte. Auf dieser Trennung basiert seine Lehre von der pretialen Wirtschaftslenkung und das System seiner Teilkostenrechnung (113), für die er die Bezeichnung "Betriebswertrechnung" verwendet.

Die Teilkostenrechnung Schmalenbachs ist bereits eine Grenzkostenrechnung im Sinne des hier verwendeten Begriffs. Ein im Prinzip ähnliches System liegt der von Rummel entwickelten "Blockkostenrechnung" (114) zugrunde. Auch Rummel verfißt die Trennung der fixen und der variablen Kosten und empfiehlt, nur die variablen Kosten auf die Träger zu verrechnen, die fixen Kosten dagegen der Summe der Deckungsbeiträge in einem "Block" gegenüberzustellen. Diesen Gedanken begründet er damit, daß zum einen die fixen Kosten nicht nach dem Verursachungsprinzip auf die Träger verrechnet werden können und daß zum anderen ihre Verteilung auf die Kostenträger überhaupt nicht nötig ist, weil durch sie keine wesentlichen Erkenntnisse für die Lösung unternehmerischer Entscheidungsprobleme gewonnen würden (115).

Die Entwicklung der Grenzkostenrechnung in den Vereinigten Staaten geht wohl auf die grundlegende Veröffentlichung Cammans zurück, in der dieser ähnliche Gedanken zum Fixkostenproblem niederlegt (116) wie vor ihm Schmalenbach und Rummel. Camman schreibt: "When numerous articles are manufactured, it is a practical impossibility to isolate the cost of any one. That is to say the actual cost of a single product is a theoretical calculation. It

(112) derselbe, Kostenrechnung und Preispolitik, 7. Aufl., Köln und Opladen 1956; derselbe, Der Kontenrahmen, 4. Aufl., Leipzig 1935.

(113) Schmalenbach, Eugen, Kostenrechnung und Preispolitik, 7. Aufl., Köln und Opladen 1956, S.141 ff.

(114) Rummel, Kurt, Einheitliche Kostenrechnung, Düsseldorf 1949, 3. Aufl.

(115) derselbe, a.a.O., S.193. Der Gedanke einer Trennung von fixen und variablen Kosten taucht auch bei Hasenack auf. Allerdings geht es Hasenack weniger um die Problematik der fixen Kosten bei ihrer Verteilung auf die Träger, sondern mehr um eine Verbesserung der Kostenkontrolle. Er fordert eine Trennung der "ihrer Natur nach nicht beeinflussbaren" Kosten von den "beeinflussbaren" und empfiehlt, die nicht beeinflussbaren Kosten aus den Stellenbudgets herauszulassen. Hasenack, Walter, Budgeteinführung und Betriebspsyche, in: Annalen der Betriebswirtschaft 1929/30, S.398.

(116) Camman, E. A., Basic Standard Costs, New York 1932, S.178.

must be remembered that the activities in a factory making numerous products are all interrelated, in some respects nearly and in others remotely, so that a calculation of actual cost, so far as it concerns an individual product, will include many forced applications and arbitrary assumptions" (117).

Diese und ähnliche Überlegungen führten, wie Kilger ausführlich beschreibt (118), "in den USA zu dem Vorschlag, in der Kostenrechnung eine Trennung zwischen den fixen und den variablen Kosten vorzunehmen, die in der Kostenstellenrechnung zu beginnen hat. Hierbei sollen nur die variablen Kosten auf die Kostenträger weiterverrechnet werden, während die fixen Kosten kostenstellenweise gegliedert in die Betriebsergebnisrechnung übernommen werden sollen" (119). Die Bezeichnung "Direct Costing" für ein Kostenrechnungssystem dieser Art erscheint zum ersten Mal bei Harris in dessen Aufsatz "What Did We Earn Last Month" (120). Umfassende Darstellungen einer geschlossenen Grenzkostenrechnung bringen jedoch erst Lawrence und Humphreys, die dafür die Bezeichnung "Marginal Costing" verwenden (121), sowie das Forschungskomitee der "National Association of Cost Accountants" (N. A. C. A.) (122).

Das Prinzip der Grenzkostenrechnung fand später in den Beiträgen Adolf Müllers (123), Kreuzers (124) und Stepf's (125) Aufnahme. Als exponiertester deutscher Vertreter der (reinen) Grenzplankostenrechnung kann jedoch Hans

(117) derselbe, a.a.O., S.178.

(118) Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961, S.99 ff.

(119) derselbe, a.a.O., S.100.

(120) Harris, J., What Did We Earn Last Month?, in: N. A. C. A. Bulletin, January 1936.

(121) Lawrence, F. C. and Humphreys, E. N., Marginal Costing, London 1947. Der Begriff "Marginal Costing" entspricht der deutschen Bezeichnung "Grenzkostenrechnung" übrigens besser als der amerikanische Ausdruck "Direct Costing", der an den Begriff der Zurechenbarkeit erinnert und aus diesem Grunde mißverstanden werden kann.

(122) N. A. C. A. Research Report, Direct Costing, in: N. A. C. A. Bulletin, Section Three, Research Series No.23, April 1953.

(123) Müller, Adolf, Rechnung mit Grenzkosten als wirtschaftliche Gefahrenquelle?, Frankfurt 1950.

(124) Kreuzer, Philipp, Plankosten im Verkauf, in: Z.f.B., 1957, S.424 ff.

(125) Stepf, M., Proportionalplankostenrechnung in der Stahlbaulndustrie, in: Z.f.h.F., 1950, S.173.

Georg Plaut angesehen werden, der seit 1952 in mehreren Veröffentlichungen (126) und auf den Arbeitstagungen der AGPLAN (127) in die Fachdiskussion um die Plankostenrechnung eingegriffen hat. Aufgrund seiner beruflichen Tätigkeit als Organisationsberater war Plaut in der Lage, die bei der Einrichtung von Kostenrechnungen gesammelten praktischen Erfahrungen bei der Entwicklung seines Plankostensystems auszuwerten. Dieses System definiert er wie folgt: "Bei der Grenzplankostenrechnung handelt es sich um eine Form der flexiblen Plankostenrechnung, die sowohl im Betriebsabrechnungsbogen als auch in der Kostenträgerrechnung die fixen Kosten getrennt ausweist und getrennt behandelt" (128).

Unter einer "getrennten Behandlung der fixen Kosten" versteht Plaut, daß für die Kosten- und Leistungsstellen sowie deren Leistungen nur die proportionalen Kosten vorgegeben und mit den entsprechenden Istkosten verglichen werden, während die fixen Kosten zwar an den Stellen geplant und erfaßt, dann aber en bloque in die Betriebsergebnisrechnung übernommen werden.

Zwischen den Systemen der Grenzplankostenrechnung Plauts einerseits und des "Direct Costing" sowie des "Marginal Costing" andererseits bestehen hinsichtlich der Zielsetzung und der angewandten Verfahrenstechnik keine so wesentlichen Unterschiede, daß diese hier im einzelnen dargelegt werden müßten. Sie bilden gemeinsam jene Gruppe der flexiblen Plankostenrechnung, für welche die Bezeichnung "reine Grenzplankostenrechnungen" gewählt wurde.

Die ausführlichste Darstellung der reinen Grenzplankostenrechnung bietet die

-
- (126) Plaut, Hans Georg, Wo steht die Plankostenrechnung in der Praxis?, in: Z.f.h.F. 1950, S.400.
derselbe, Die Grenzplankostenrechnung, in: Z.f.B. 1953, 1. Teil, S.347 ff., 2. Teil, S.402 ff.
derselbe, Die Grenzplankostenrechnung, in: Z.f.B. 1955, S.25 ff.
derselbe, Die Grenzplankostenrechnung in der Diskussion und ihrer weiteren Entwicklung, in: Z.f.B. 1958, S.251 ff.
- (127) Auf der 4. Plankostentagung der AGPLAN am 28. und 29. Oktober 1954 in Frankfurt am Main hielt Hans Georg Plaut ein Referat über die Grenzplankostenrechnung. Vgl. hierzu: Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen, 1961, S.111.
- (128) Plaut, Hans Georg, Referat, gehalten auf der 4. Plankostentagung der AGPLAN am 28. und 29. Oktober 1954 in Frankfurt am Main. Vgl. weiterhin: derselbe, Die Grenzplankostenrechnung in der Diskussion und ihrer weiteren Entwicklung, in: Z.f.B. 1958, S.251 ff.

im Jahre 1961 veröffentlichte Arbeit Kilgers (129), der sein Lehrgebäude aus der amerikanischen "Direct Costing"-Methode, der Grenzkostenlehre Schmalenbachs, den Fixkostenbetrachtungen Rummels und seinen eigenen, als Mitarbeiter Plauts (130) gesammelten Erfahrungen entwickelt. Die Auffassungen Kilgers und Plauts stimmen im wesentlichen überein. Kilgers großes Verdienst ist aber darin zu sehen, daß er zum einen die bisher geschlossenste und zugleich detaillierteste Darstellung einer modernen Grenzplankostenrechnung vermittelt und zum anderen wirksame Versuche unternimmt, offensichtliche Mängel der reinen Grenzplankostenrechnung zu beseitigen.

Das starke Interesse, das der Grenzplankostenrechnung in Deutschland wie im Ausland entgegengebracht wurde, darf jedoch nicht darüber hinwegtäuschen, daß gegen dieses System auch zahlreiche Gegenstimmen laut wurden. Die von Kosiol geäußerte Kritik (131) richtet sich nicht gegen das Grenzkostenprinzip selbst. Er hofft vielmehr, daß "sich ihr Grundgedanke (der Grundgedanke der Grenzplankostenrechnung, der Verfasser) im deutschen Rechnungswesen ganz allgemein durchsetzen würde, um, unter Abkehr von der die fixen Kosten verteilenden Vollkostenrechnung, das marginale Denken bei Wahlentscheidungen zahlenmäßig zu untermauern" (132). Seine grundsätzlichen Einwände richten sich mehr gegen die Grenzplankostenrechnung in der von Plaut entwickelten Form. Da die Grenzkostenrechnung ihrem Wesen nach auf die Lösung marktorientierter Entscheidungsprobleme gerichtet sei, die Grenzplankostenrechnung Plauts aber zugleich die Ziele einer Vorgabekostenrechnung verfolge, liege ein Zweckpluralismus vor, der dazu führe, "daß entweder keiner oder höchstens einer der angestrebten Zwecke voll erreicht wird, während die anderen in den Hintergrund gedrängt werden und mehr oder weniger unerfüllt bleiben" (133). Da die Ansicht des Verfassers zur Frage einer Trennung der Plankostenrechnung bereits im Abschnitt 313 dieses Kapitels dargelegt wurde, erübrigt es sich, auf dieses Argument Kosiols an dieser Stelle näher einzugehen.

(129) Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961.

(130) derselbe, a.a.O., S.7 und S.113.

(131) Kosiol, Erich, Plankostenrechnung als Instrument moderner Unternehmensführung, Erhebung und Studien zur grundsätzlichen Problematik, 2. Aufl., Berlin 1956, S.69 f. und S.188 ff.

(132) derselbe, a.a.O., S.70.

(133) Kosiol, Erich, Plankostenrechnung als Instrument moderner Unternehmensführung, Erhebungen und Studien zur grundsätzlichen Problematik, 2. Aufl., Berlin 1956, S.70.

Weitere Kritik an der reinen Grenzplankostenrechnung Plauts und am "Direct Costing" setzt bei der diesen Systemen eigenen Behandlung der fixen Kosten an. Sie wird u. a. von Kilger (134) als einem anderen Vertreter der reinen Grenzplankostenrechnung, von Karl Käfer (135), W. W. Neumayer (136) und den Anhängern des amerikanischen "Absorption Costing" (137), die als Vertreter der flexiblen Vollkostenrechnung betrachtet werden können, sowie von Schwantag (138) und Link (139) als Vertretern der erweiterten Grenzplankostenrechnung vorgetragen. Die sachlich weitgehend übereinstimmenden Argumente dieser Kritiker lassen sich wie folgt formulieren:

1. Werden in die Stellenabrechnungen keine Vorgaben für fixe Kosten aufgenommen, ist deren zureichende Kontrolle nicht möglich. Soweit ihre Höhe durch die Entscheidungen der Stellenleiter oder der Abteilungsleiter beeinflusst werden kann, ist aber eine Kontrolle an den Stellen notwendig. Die reine Grenzplankostenrechnung klammert also einen wesentlichen Teil der kontrollierbaren Kosten aus ihrem Kontrollsystem aus.

2. Da die fixen Kosten nicht auf die Träger weiterverrechnet werden, können die Bestände an Halb- und Fertigerzeugnissen nicht mit den gesamten, sondern lediglich mit den proportionalen Herstellungskosten bewertet werden. Daraus ergeben sich folgende nachteilige Wirkungen:

a. Die Bilanzansätze der Bestände an Halb- und Fertigerzeugnissen sind zwar nach den handelsrechtlichen Bestimmungen (Niederstwertprinzip), aber nicht nach den steuerrechtlichen Vorschriften zulässig. Bei Anwendung einer reinen Grenzplankostenrechnung müssen daher die fixen Kosten nachträglich auf die

(134) Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961.

(135) Käfer, Karl, Standardkostenrechnung. Budget-, Plan- und Maßkosten im Rechnungswesen des Betriebes, Stuttgart 1955.

(136) Neumayer, W. W., Gewinnermittlung und Gewinnverteilung durch "voll-flexible" Plankostenrechnung, Z.f.B. 1951, S.397.

(137) Als Vertreter des "Absorption Costing" können folgende Autoren angesehen werden: Alvarez, J. A., Some Pitfalls of Direct Costing, N. A. C. A. Bulletin, August 1952, S.1489 ff.; Beckett, J. A., Direct Costing in Perspective, N. A. A. Bulletin, January 1955, Section One, S.651 ff.

(138) Schwantag, Karl, Artikel Plankostenrechnung, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, 42. Lieferung, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1962, S.308 ff.

(139) Link, Herbert, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten, Mainzer Dissertation 1958.

Kostenträger verteilt werden.

b. Da alle fixen Kosten der in einer Planungsperiode produzierten Güter (Halb- und Fertigfabrikate) der Betriebsergebnisrechnung dieser Periode belastet werden, entsteht eine Gewinnverschiebung in jenen Fällen, in denen die produzierte Leistung nicht gleich der abgesetzten Leistung ist, das heißt, wenn am Ende der Periode Bestandserhöhungen oder Bestandsminderungen an Halb- und Fertigerzeugnissen auftreten. Aus diesem Grunde ist bei der reinen Grenzplankostenrechnung in der kurzfristigen Erfolgsrechnung eine sachgemäße Ergebnisausgrenzung nicht möglich, es sei denn, die Rechnung würde nachträglich entsprechend korrigiert. Auch in diesem Falle wäre eine ex post-Verteilung der fixen Kosten auf die Kostenträger nötig. Ohne sie würden sich insbesondere für die Erfolgsrechnungen der Saisonbetriebe und der Unternehmungen mit Großauftragsfertigung (zum Beispiel Werften) schwere Nachteile ergeben.

So übereinstimmend diese Argumente auch vorgetragen werden, so unterschiedlich sind die Auffassungen der drei Kritikergruppen in der Frage, wie diese Mängel der reinen Grenzplankostenrechnung beseitigt werden können. Die Vertreter der flexiblen Vollkostenrechnung neigen dazu, auf die Vorteile einer Grenzkostenrechnung überhaupt zu verzichten und sowohl in der Kostenstellenrechnung als auch in der Kostenträgerrechnung weiterhin mit akkumulierten Vollkosten zu arbeiten. Auf die mit diesem Planungsverfahren verbundenen Nachteile wurde bereits an anderer Stelle hingewiesen. Dieses System der Plankostenrechnung wird daher im folgenden nicht näher untersucht. Relevant für die speziellen Untersuchungen dieser Arbeit sind dagegen die von Schwantag, Link und Kilger vorgetragenen Lösungen des Fixkostenproblems.

Im Gegensatz zu Plaut (140) erkennt Kilger die volle Tragweite des Problems der Zurechnung fixer Kosten. Er schreibt hierzu: "Im Sinne des Verursachungsprinzips (bestehen) zwar keine Beziehungen zwischen den fixen Kosten und den betrieblichen Produkten (...), aber trotzdem sind die fixen Kosten keine von der Produktion 'völlig unabhängige' Periodenkosten. Denn fixe Kosten entste-

- (140) Plaut, Hans Georg, Die Grenzplankostenrechnung, in: Z.f.h.F. 1955, S.38 f. Plaut schreibt an dieser Stelle: "Wichtig ist vor allem, daß bei der Grenzkostenrechnung das Grenzkostenergebnis, also die Summe zwischen Grenzkosten und Erlösen gezeigt wird. Wie die Betriebe dann mit ihren fixen Kosten weiter verfahren, ob sie sie in der Kostenträgerrechnung nicht nur in einer Summe zeigen, sondern nach dem einen oder anderen Verfahren noch umlegen, weil sie sich davon nicht lösen können, ist dann nicht so sehr interessant."

hen zwar auch, ohne daß produziert wird, es kann aber nicht auch produziert werden, ohne daß fixe Kosten anfallen. Die fixen Kosten sind daher, soweit es sich nicht um die Kosten für Überkapazitäten handelt, für die Erstellung der betrieblichen Produkte in gleicher Weise erforderlich wie die proportionalen Kosten" (141). In welcher Weise aber die Fixkosten zu berücksichtigen sind, bezeichnet Kilger als ein noch "umstrittenes Problem" der Grenzplankostenrechnung (142). Die Methode der "kombinierten Grenz- und Vollkostenrechnung" (143), nach der die fixen Kosten nachträglich proportional zu den Bezugsgrößen auf die Träger verteilt werden, lehnt er aus zwei Gründen ab. Zum einen wäre diese Rechnung zu umständlich, weil man in allen Gewinnkostenplänen Fixkostensätze bilden und infolgedessen die gesamte laufende Trägerrechnung zweiseitig führen müßte, wobei die einen Spalte die fixen und die andere die proportionalen Kosten aufzunehmen hätte. Zum anderen bestehe der große Nachteil dieser Methode darin, "daß bei ihr die fixen Kosten nach dem Verursachungsprinzip verteilt werden, welches für sie nicht gilt, und daß bei ihr die Kostentragfähigkeit der Produkte völlig unbeachtet gelassen wird" (144).

Die Kostentragfähigkeit der Produktarten ist die Bezugsgröße, nach der die Vertreter der "stufenweisen Fixkostendeckung" (145) die fixen Kosten auf die Träger verteilen. Kilger schließt sich ihnen weitgehend an und empfiehlt ein Zurechnungsverfahren, bei dem die fixen Kosten der an den spezifischen Fertigungsprozessen der Produktarten beteiligten Produktionsfaktoren nach Maßgabe der Träger-Deckungsbeiträge auf die Produktarten verteilt werden. Bei diesem Zurechnungsverfahren besteht die Möglichkeit, auf die Kilger ausdrücklich hinweist (146), daß der Deckungsbeitrag einer Produktart nicht ausreicht, die ihr nach dem Kosten-

tragsfähigkeitsprin-

(141) Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961, S. 605.

(142) derselbe, a. a. O., S. 608.

(143) derselbe, a. a. O., S. 608, vgl. hierzu aber auch S. 573 ff.

(144) derselbe, a. a. O., S. 608.

(145) Vgl. hierzu u. a.: Agthe, Klaus, Stufenweise Fixkostendeckung im System des Direct Costing, Z. f. B. 1959, S. 404 ff.; derselbe, Zur stufenweisen Fixkostendeckung, Z. f. B. 1959, S. 742 ff.; Riebel, Paul, Das Rechnen mit Einzelkosten und Deckungsbeiträgen, in: Z. f. h. F. 1959, S. 213 ff.; Böhm, Hans Hermann, Zur Deckung und Aktivierung fixer Kosten im System der Grenzplankostenrechnung, in: Z. f. B. 1955, S. 414 ff. u. 494 ff.; Wille, Friedrich, Direktkostenrechnung mit stufenweiser Fixkostenrechnung, in: Z. f. B. 1959, S. 737 ff.

(146) Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961, S. 612.

zip zuzurechnenden fixen Kosten voll zu decken. Die Höhe des Deckungsbeitrages jeder einzelnen Produktart ist der Bestimmungsfaktor für die Zurechnung der fixen Kosten (147). Von den Deckungsbeiträgen werden zunächst alle fixen Trägereinzelkosten - die den einzelnen Produktarten jeweils direkt zurechenbaren fixen Kosten - subtrahiert. Die Differenz wird im folgenden als "rudimentärer Deckungsbeitrag" bezeichnet. Die Zurechnung der fixen Trägereinzelkosten kann als erste Stufe der Verteilung aller fixen Herstellungskosten angesehen werden. In den folgenden Stufen werden sodann jeweils die fixen Kosten derjenigen Kostenstellen, die von eindeutig bestimmten Produktartengruppen durchlaufen werden, auf die einzelnen Produktarten der betreffenden Gruppen verteilt. Der Schlüssel für die Verteilung der einer solchen Gruppe zurechenbaren fixen Kosten ist die Höhe der rudimentären Deckungsbeiträge der zur Gruppe gehörenden Produktarten. Unerheblich für die Zurechnung ist also, in welchem Grade die einzelne Produktart die Kapazität der Stelle belastet. Das gilt sowohl hinsichtlich der technologischen Fertigungszeit einer Produkteinheit als auch im Hinblick auf die Belastung durch die Zahl der herzustellenden Einheiten. Wichtig ist nur, daß die Produktart die betreffende Stelle überhaupt durchläuft. Dieser vertikale Zurechnungsprozeß wiederholt sich auf allen Stufen bis zu jenen Kostenstellen, die von allen Produktarten gemeinsam beansprucht werden. Durchläuft eine Produktartengruppe in unveränderter Zusammensetzung mehrere Kostenstellen, können die fixen Kosten dieser Stellen summarisch auf die Träger verteilt werden.

Auf allen Stufen der Fixkostenverrechnung werden die fixen Kosten der von den Produktarten spezifischer Gruppen durchlaufenen Kostenstellen durch die Summen der rudimentären Deckungsbeiträge dividiert. Man erhält auf diese Weise den Fixkostendeckungsprozentsatz der betreffenden Stufe, welcher angibt, "wieviel DM fixe Herstellkosten in der betreffenden Abrechnungsperiode von 100 DM Bruttogewinn (rudimentärem Deckungsbeitrag, der Verfasser) gedeckt werden" (148). Durch Multiplikation des Fixkostendeckungsprozentsatzes mit den einzelnen Bruttostückgewinnen erhält man dann für jedes Erzeugnis die gedeckten fixen Herstellungskosten je Einheit.

(147) Die folgenden Ausführungen gelten in gleicher Weise für die fixen Plankosten wie für die zu den fixen Kosten gehörenden Abweichungen.

(148) Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen 1961, S. 610.

(149) Schwantag, Karl, Artikel Plankostenrechnung, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, 42. Lieferung, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1962, S. 308 ff.

In der erweiterten Grenzplankostenrechnung Karl Schwantags (149) und Herbert Links (150) werden die fixen Kosten nach dem sogenannten "Vorhalteprinzip" weiterverrechnet. Dabei werden die Fixkosten je Zeiteinheit nach Stellen geplant und vorgegeben. Diesen fixen Sollkosten werden in der Abrechnung die Istkosten gegenübergestellt, woraus sich Verbrauchsabweichungen ergeben. Der Vorgabegutschrift bei leistenden Stellen entspricht die Belastung der empfangenden Stellen oder absatzbestimmten Leistungen mit bestimmten Anteilen an den fixen Sollkosten vorgelagerter Stellen. Bei innerbetrieblichen Leistungen erhalten die nachgelagerten Stellen denjenigen Anteil an den (Soll-) Fixkosten, der vorgelagerten Stellen belastet, der ihrer Planabnahmemenge entspricht (Vorhalteprinzip). Damit wird jede Proportionalisierung von Fixkosten durch die Abrechnung innerbetrieblicher Leistungen vermieden (151). Die gesamten Fixkosten erscheinen - mit Soll-Beträgen - auf den Hauptkostenstellen, deren Kosten absatzbestimmten Leistungen zugerechnet werden. Damit ist erreicht, daß in den Kalkulationen der absatzbestimmten Leistungen die Grenzkosten schlechthin und unvermischt mit Fixkostenanteilen vorgelagerter Stellen erscheinen, was insbesondere für die Preispolitik notwendig ist.

Die auf den Endstellen aufgelaufenen fixen (Soll-) Kosten werden dann den absatzbestimmten Leistungen mit Planbeschäftigungs- oder Vollbeschäftigungs-Sollsätzen je Leistungseinheit zugerechnet. Aus der Gutschrift dieser Beträge und den aufgelaufenen Fixkosten ergibt sich auf den Endstellen eine Beschäftigungsabweichung (Leerkosten), die in die Betriebsergebnisrechnung einmündet. In den Preiskalkulationen und in den Bestandsbewertungskalkulationen der Erzeugnisse erscheinen damit reine Grenzkosten und Fixkostenanteile auf Plan- oder Vollbeschäftigungsbasis, und zwar beide mit Soll-Sätzen je Leistungseinheit.

Die wesentlichen Unterschiede zwischen der erweiterten Grenzplankostenrechnung Schwantags und der reinen Grenzplankostenrechnung Kilgers bestehen - wie zusammenfassend festgestellt werden kann - darin, daß Schwantag sowohl die variablen als auch die fixen Kosten in den Kosten- und Leistungsstellen erfaßt und die variablen Kosten leistungsproportional, die fixen Kosten dagegen nach dem Vorhalteprinzip auf die Träger verrechnet. Demgegenüber ermittelt Kilger in den Stellen zwar auch die fixen und variablen

(150) Link, Herbert, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten, Mainzer Dissertation 1958.

(151) Vgl. die Ausführungen im Abschnitt 3153.

Kosten, rechnet den Trägern aber zunächst nur die variablen Kosten zu, während er die fixen Kosten nachträglich nach dem Kostentragfähigkeitsprinzip auf die Träger verteilt.

Die Verfahren der linearen Programmierung können bei beiden Arten der Grenzplankostenrechnung angewandt werden, da eine Trennung der fixen von den variablen Kosten vorliegt, so daß die variablen Trägerstückkosten einwandfrei bestimmt werden können. Außerdem sind die in den Stellen erfaßten variablen Kosten in beiden Fällen echte Prognosekosten im Sinne Kosiols. Die Plankostenwerte können also als repräsentativ für die relevanten Planungszeiträume angesehen werden.

Dennoch soll dem Prinzip der erweiterten Grenzplankostenrechnung aus Zweckmäßigkeitsgründen der Vorzug gegeben werden. Dieses System erzwingt aufgrund der mit ihm verbundenen kostenstellenweisen Erfassung der fixen Kosten die getrennte Bestimmung der Stellenkapazitäten und des Ausnutzungsgrades der einzelnen Stelle durch die Herstellung einer Gütereinheit jeder Produktart. Gelingt es nun, die Stellengliederung so zu wählen, daß sie mit der Abgrenzung der Faktorenkomplexe übereinstimmt, liefert die erweiterte Grenzplankostenrechnung automatisch die Koeffizienten der Kosten- und Leistungsstellen des Fertigungsbereichs. Sie erscheint aus diesem Grunde für die Zwecke der linearen Planungsrechnung besonders geeignet.

- 32 Lineare Programmierung auf der Grundlage des Systems der erweiterten Grenzplankostenrechnung und der Planerlösrechnung
- 321 Organisatorische Grundlagen der Kostenplanung und der linearen Programmierung
- 3211 Überblick

Wie jedes Kostenrechnungssystem bedarf auch die Plankostenrechnung zu ihrer sinnvollen Anwendung gewisser organisatorischer Voraussetzungen. Die wichtigsten sind

1. ein Kosten- und Leistungsstellenplan,
2. ein Kosten- und Leistungsträgerplan,
3. ein Kostenartenplan,
4. eine nach technologischen und ökonomischen Prinzipien entwickelte Ablaufplanung.

Sie bilden das organisatorische Gerüst der Plankostenrechnung. Für die flexible Vollkostenrechnung und die erweiterte Grenzplankostenrechnung ist dieses

Gerüst noch um einen Stellenkapazitätsplan zu erweitern, der die Voraussetzung für die Verrechnung der fixen Kosten schafft.

Zwischen den einzelnen Teilen des organisatorischen Gerüsts besteht eine enge Interdependenz. Die Ablaufplanung kann nur auf der Grundlage des Stellen- und des Trägerplanes vorgenommen werden. Auch die Planung der Stellenkapazitäten setzt die Existenz eines Stellenplanes voraus.

3212 Der Stellenplan

Unter einem Stellenplan ist die tabellarische Zusammenstellung aller Kosten- und Leistungsstellen des Fertigungs-, Absatz-, Beschaffungs- und Verwaltungsbereiches zu verstehen. Aus organisatorischen Gründen wird jede Kosten- und Leistungsstelle durch eine Stellennummer gekennzeichnet, aus der am zweckmäßigsten die Zugehörigkeit der Stelle zu ihrer übergeordneten Gliederungsgruppe zu erkennen ist. Das erreicht man, indem man die Numerierung entsprechend der vertikalen Gliederung des Unternehmens in Bereiche, Abteilungen, Unterabteilungen, Kosten- und Leistungsstellen usw. nach dem dekadischen System vornimmt.

Die Frage, nach welchen Kriterien die Stelleneinteilung vorgenommen werden soll, wird in der Literatur übereinstimmend beantwortet. Die Einteilung muß zum einen die eindeutige Abgrenzung von Kompetenzbereichen zulassen und zum anderen die Bestimmung exakter Maßgrößen der Kostenverursachung für die einzelne Stelle sicherstellen (152). Als dritte Forderung gilt für die Anwendung linearer Planungsverfahren, daß die Einteilung der Kosten- und Leistungsstellen jeweils mit der Zusammenfassung der Faktoreinheiten zu Faktorenkomplexen übereinstimmen muß.

Der letzte Grundsatz stellt bereits ein selbständiges Prinzip der Stellengliederung dar, von dem zunächst noch nicht eindeutig feststeht, ob es in jedem Falle mit den beiden anderen Grundsätzen in Übereinstimmung gebracht werden kann. Wäre nämlich die Verträglichkeit der Grundsätze miteinander a priori gegeben, brauchten die beiden ersten Forderungen nicht zusätzlich zur dritten erhoben zu werden.

Das Problem läßt sich am deutlichsten an einem Beispiel demonstrieren. Es soll angenommen werden, daß in einer Werkhalle, die von einem Meister

(152) Vgl. Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung, Köln und Opladen, 1961, S. 278.

verantwortlich geleitet wird, 5 Drehbänke, 4 Tischhobelmaschinen, 4 Schep-pings, 2 Radialbohrwerke und 3 Universalbohrmaschinen stehen. Die einzelnen Maschinen jedes Typs besitzen jeweils gleiche Kapazitäten und gleiche Ver-brauchsfunktionen und geben qualitativ und quantitativ dieselbe Leistung ab. Sie sind also unbegrenzt gegeneinander substituierbar und bilden daher jeweils einen Faktorenkomplex. In der Werkhalle werden zwei Kosten- und Leistungs-träger hergestellt, die beide auf den Drehbänken (Faktorenkomplex 1) bear-beitet werden. Die Produktart A durchläuft darüber hinaus die Tischhobelma-schinen (Faktorenkomplex 2) und die Radialbohrwerke (Faktorenkomplex 4), während die Produktart B zusätzlich die Schepplings (Faktorenkomplex 3) und die Universalbohrmaschinen (Faktorenkomplex 5) beansprucht.

Die Höhe der Kosten, die in den einzelnen Faktorenkomplexen anfallen, ist von bestimmten Bezugsgrößen abhängig. Diese sollen im folgenden in die bei-den Gruppen "echte" und "unechte" Bezugsgrößen eingeteilt werden. Echte Bezugsgrößen sind solche, die in der Lage sind, die variablen Stückkosten zu verändern. Die wichtigsten unter ihnen sind

- a) Preiseinflüsse,
- b) die Produktionsgeschwindigkeit (Intensität) (153),
- c) die Losgröße.

Unechte Bezugsgrößen sind dagegen solche, die zwar nicht die variablen Stück-kosten, aber die Gesamtkosten je Stellenleistungseinheit in ihrer Höhe beein-flussen können. Als eine solche Bezugsgröße wird im Schrifttum vielfach die qualitative Auftragszusammensetzung angesehen.

Die echten Bezugsgrößen müssen - wie bereits an anderer Stelle näher ausge-führt wurde - im linearen Programm stets konstant gehalten werden, weil Än-derungen dieser Bezugsgrößen mit der Höhe der variablen Stückkosten zugleich die Koeffizienten der Zielgleichung verändern. Variationen ihrer Werte erfor-dern daher stets einen Neuansatz des Gleichungssystems.

Der Preiseinflußfaktor stellt bei der Bestimmung der Kostenfunktionen in den Stellen a priori eine Konstante dar, da alle Kostenarten beim Eintritt in den Produktionsprozeß auf Planpreise umgerechnet werden oder bereits umgerech-net sind. Als konstante Bezugsgrößen- Werte der Produktionsgeschwindigkeit und der Losgröße wählt man dagegen die für den Planungszeitraum durchschnitt-lich erwarteten Werte, die für jede Kostenstelle einzeln festgelegt werden müs-

(153) Vgl. hierzu: Gälweiler, Alois, Produktionskosten und Produktionsge-schwindigkeit, Wiesbaden 1960, S.89.

sen. Da eine Konstanz der Bezugsgrößen Produktionsgeschwindigkeit und Losgröße nur dann als sinnvoll gelten kann, wenn sich die betreffenden Bezugsgrößenwerte auf Aggregate qualitativ und quantitativ gleicher Leistung beziehen, muß die Kostenstelleneinteilung in der Weise gewählt werden, daß jeweils eine Kosten- und Leistungsstelle nur Aggregate homogener Leistung umfaßt. Dies bedeutet aber, daß die Kostenstellengliederung mit der Abgrenzung der Faktorenkomplexe übereinstimmen muß.

In der Praxis der Plankostenrechnung tritt die qualitative Auftragszusammensetzung häufig als Kostenbestimmungsgröße auf. Sie wirkt sich in diesen Fällen auf die Kostenkontrolle störend aus, weil sich die Planabweichungen, die auf Änderungen der qualitativen Auftragszusammensetzung zurückzuführen sind, nur schwer von den übrigen Planabweichungen trennen lassen. Die "unechte" Bezugsgrößenwirkung der Auftragszusammensetzung kann man jedoch ausschalten, indem man die Kostenstellengliederung so fein wählt, daß jede Stelle nur Produktionsfaktoren mit gleicher oder annähernd gleicher technologischer Struktur und gleicher Kostenstruktur umfaßt (154). Bei einer solchen Gliederung wirkt sich eine Änderung der Auftragszusammensetzung auf die einzelne Stelle nicht mehr aus, weil die bei den verschiedenen Aufträgen durchzuführenden Arbeitsgänge so geringe technologische Unterschiede aufweisen, daß davon keinerlei wahrnehmbare Wirkungen auf den Beschäftigungsgrad der Stelle ausgehen (155). Es ist also auch im Sinne der Kostenkontrolle zweckmäßig, die Kostenstellengliederung mit der Abgrenzung der Faktorenkomplexe übereinstimmen zu lassen.

Diese Voraussetzung für eine eindeutige kostenstellenweise Bezugsgrößenbestimmung erfüllen die Faktorenkomplexe in dem angeführten Beispiel. Aufgrund der Definition des Faktorenkomplexes handelt es sich bei diesen stets um eine Zusammenfassung von Faktoreinheiten quantitativ und qualitativ gleicher Leistung. Die Kostenstruktur und die technologische Struktur der Arbeitsgänge dieser Faktoreinheiten kann wohl unter dieser Bedingung stets

(154) Die Verfeinerung der Stellenrechnung zur "Arbeitsplatzrechnung" bildet die Grundlage des Prinzips der "doppeltflexiblen" oder "vollflexiblen" Plankostenrechnung Neumayers. Vgl. Neumayer, W. W., "Vollflexible" Plankostenrechnung zur Lösung der Kostenrechnungs- und Gewinnbeteiligungsprobleme, in: Z.f.B. 1951, S.397 ff.

(155) Zur Auswirkung von grober Stelleneinteilung vgl. auch Henzel, Fritz, Erfassung und Verrechnung der Gemeinkosten in der Unternehmung, Berlin, Wien 1931, S.137 ff.

als gleich, die Strukturen des gesamten Faktorenkomplexes folglich als homogen angesehen werden. Die Faktorenkomplexe besitzen daher die von einer Kosten- und Leistungsstelle geforderte Eigenschaft der eindeutigen Bestimmbarkeit der Bezugsgröße in hervorragender Weise.

Im Beispiel war angenommen worden, daß der Meister die Verantwortung in der gesamten Werkhalle trägt. Hierzu sollen zwei weitere Annahmen alternativ eingeführt werden:

1. Der Meister besitzt in der Werkhalle alleinige Entscheidungsbefugnis.
2. Jede Maschine wird von einem Arbeiter bedient, der auf Anweisung des Meisters handelt, dabei aber innerhalb seines Wirkungsbereiches wesentliche Entscheidungen selbst fällen kann, insbesondere solche, welche die an seinem Arbeitsplatz entstehenden Kosten in ihrer Höhe beeinflussen können.

Unter der ersten Annahme kann die Kompetenzabgrenzung dahingehend interpretiert werden, daß die auf die Faktorenkomplexe gerichtete Entscheidungsbefugnis auf den einzelnen Faktorenkomplex lokalisiert ist, so daß der Meister die Entscheidungsbefugnis für jeden einzelnen Faktorenkomplex besitzt. In diesem Falle können die Kompetenzbereiche der Faktorenkomplexe als eindeutig abgegrenzt gelten, da Kompetenzüberschneidungen nicht auftreten können. Die Forderung nach Identität von Kostenstellen und Faktorenkomplexen stünde somit auch im Einklang mit der Bedingung eindeutiger Kompetenzabgrenzung.

Diese Bedingung wäre dagegen unter der zweiten Annahme nicht ohne weiteres erfüllt. Kompetenz- und Verantwortungsbereiche sind in diesem Falle die Faktoreinheiten. Das Problem ließe sich jedoch dadurch lösen, daß man den Arbeitern an den einzelnen Maschinen die Entscheidungsbefugnis entzieht und sie zugleich von der Verantwortung entlastet. Entscheidungsbefugnis und Verantwortung werden stattdessen auf fünf Vorarbeiter übertragen, die jeweils die Verantwortung für einen Faktorenkomplex übernehmen. Dabei könnte man zum Beispiel so vorgehen, daß jeweils der bewährteste Maschinenarbeiter eines Faktorenkomplexes zum Vorarbeiter ernannt wird.

Zusammenfassend kann also festgestellt werden, daß die als Voraussetzung für die Anwendung linearer Planungsverfahren erhobene Forderung nach Identität von Kosten- und Leistungsstellen und Faktorenkomplexen mit der Forderung nach eindeutiger Bestimmbarkeit der Stellen-Bezugsgrößen in jedem Falle übereinstimmt und mit der Forderung nach eindeutiger Kompetenzabgrenzung stets in Einklang gebracht werden kann, sofern eine Übereinstimmung nicht bereits

vorliegt. Die für die Stelleneinteilung erforderlichen Voraussetzungen können daher bei Aufnahme linearer Programmierungsverfahren in das Planungssystem des Betriebes wie folgt formuliert werden: Die Stelleneinteilung muß sicherstellen,

1. daß alle Kosten- und Leistungsstellen Faktorenkomplexe sind,
2. daß die Entscheidungsbefugnis und die Verantwortung für eine Stelle eindeutig abgegrenzt ist, das heißt, daß jede Stelle als selbständiger Verantwortungsbereich angesehen werden kann.

Der Stellenplan wird organisatorisch am zweckmäßigsten in der Weise aufgestellt, daß für jede Stelle eine Stammkarte (Lochkarte) angelegt wird. Diese wird zunächst durch einen bestimmten Buchstaben als Stellenkarte gekennzeichnet. Die Lochkartenanlage muß also für alphanumerisches Arbeiten eingerichtet sein. Außerdem weist jede Karte die spezifische Stellennummer und den betreffenden Planungszeitraum aus, für den die Daten erfaßt werden.

Die Stellen-Stammkartei braucht im allgemeinen nur einmal tabelliert zu werden. Eine Wiederholung des Tabelliervorgangs ist nämlich nur dann erforderlich, wenn neue Stellen hinzukommen oder alte abgebaut werden. In diesen Fällen sind - je nachdem, welcher der beiden Fälle eintritt - die überflüssig gewordenen Stammkarten auszusortieren oder die neuen in die Kartei einzumischen.

Die durch Tabellieren der Stammkartei gewonnene Liste der Kosten- und Leistungsstellen kann als genereller Stellenplan betrachtet werden. Es empfiehlt sich aber, zur Durchführung der linearen Planungsrechnung und zur Durchführung der Plankostenrechnung nach dem erweiterten Grenzkostenprinzip weitere Stellenpläne aus dem allgemeinen Plan abzuleiten, die zusätzliche Daten der Stellen enthalten. Diese müssen für den einzelnen Planungszeitraum - sowohl für die kurzfristigen als auch für die langfristigen Planungsperioden - spezifische Gültigkeit besitzen. Die wichtigste dieser Angaben ist die Stellenkapazität, die im allgemeinen für jeden Planungszeitraum numerisch verschieden ist. Zum Beispiel weisen, wenn man von den Monatsplänen ausgeht, die Zahl der Arbeitstage und häufig auch die Zahl der geplanten Arbeitsschichten von Monat zu Monat unterschiedliche Werte auf. Da die Arbeitsstunde oder Maschinenstunde im allgemeinen als Einsatzeinheit der Stelle angesehen werden kann, ist also - wie bereits an anderer Stelle dargestellt wurde - die im Planungszeitraum zur Verfügung stehende Stellenkapazität für jede Planungsperiode ein spezifischer Wert.

Den Stellenplan der einzelnen Periode gewinnt man, indem man die Stellen-

Stammkartei doppelt und die für die betreffende Periode ermittelten Planwerte der Stellenkapazitäten auf den gedoppelten Karten vorlocht. Diese Karten können dann als Leitkarten für die Erfassung der in den Stellen anfallenden Kostenarten (156) verwendet werden. Für diese sollten Einzelkarten angelegt werden, die neben der Kostenartennummer auch die Nummer der betreffenden Stelle enthalten. Auf ihnen kann später der Soll-Ist-Vergleich kostenstellenweise durchgeführt werden.

3213 Der Kostenartenplan

Analog zum Stellenplan ist der Kostenartenplan eine systematische Zusammenstellung aller im Unternehmen anfallenden primären Kostenarten. Auch die Kostenarten werden am zweckmäßigsten nach dem dekadischen System nummeriert. Dabei soll die Zugehörigkeit der Kostenarten zu ihrer jeweiligen Kostenartenhauptgruppe, wie Rohstoff-, Hilfsstoff- und Betriebsstoffkosten, Sonder-einzelkosten des Fertigungs- und des Vertriebsbereiches, Lohn- und Lohnnebenkosten, Gehälter und Gehaltsnebenkosten, Energiekosten, Kosten des Kapitaldienstes, Kosten für Fremdleistungen, Steuern, Beiträge, Versicherungsprämien und Frachten, sowie Miet- und Pachtkosten u.a. aus der Numerierung hervorgehen. Die Stellenzahl der Kostenartennummern ist jeweils so groß zu wählen, daß eine weitere sinnvolle Gliederung der Hauptgruppen in Gruppen, Untergruppen usw. bis zur einzelnen Kostenart möglich ist.

Abrechnungstechnisch wird auch der Kostenartenplan in einer besonderen Stammkartei festgehalten, indem für jede einzelne Kostenart eine Stammkarte angelegt wird, die zunächst im alphanumerischen Verfahren durch einen Buchstaben als Kostenartenkarte gekennzeichnet wird und die jeweilige Kostenartennummer enthält. Auch diese Kartei braucht im allgemeinen nur einmal tabelliert zu werden, weil nur selten neue Kostenarten hinzukommen oder alte wegfallen. Derartige Änderungen treten meist nur bei qualitativen Änderungen des Produktionsprogramms bei den Kostenarten der Materialgruppe auf. In diesem Falle läßt sich auch die Kostenarten-Stammkartei durch Aussortieren der überflüssig gewordenen Karten und durch Einmischen der neuen leicht auf dem aktuellen Stand halten.

(156) Bei diesen handelt es sich um alle Kostenarten, im allgemeinen jedoch mit Ausnahme der Werkstoffkosten und der Sondereinzelkosten des Fertigungs- und des Vertriebsbereichs.

3214 Der Kosten- und Leistungsträgerplan

Der Trägerplan ist die systematische Zusammenstellung aller im Unternehmen produzierten Kosten- und Leistungsträger, das heißt aller absatzbestimmten Produktarten, derjenigen Zwischenprodukte (Halbfabrikate), die Bestandteile (zum Beispiel Baugruppen) verschiedener absatzbestimmter Produktarten sind, sowie der zu aktivierenden Eigenleistungen. Sein organisatorischer Aufbau und seine abrechnungstechnische Aufstellung sind im Prinzip dieselben, die in den vorangegangenen Teilabschnitten im Zusammenhang mit der Aufstellung des Stellen- und des Kostenartenplanes beschrieben wurden. Die Träger werden in der Weise numeriert, daß aus der Trägernummer die Zugehörigkeit der Zwischenprodukte zu mehreren absatzbestimmten Produktarten und die Zugehörigkeit dieser zu bestimmten Produktartengruppen erkennbar ist. Die zu aktivierenden Eigenleistungen bilden - ebenso wie die Zwischenprodukte - eine gesonderte Trägergruppe, die gegebenenfalls in weitere Untergruppen und Einzelträger zu gliedern ist.

Die Behandlung der oben bezeichneten Zwischenprodukte als selbständige Kosten- und Leistungsträger ist vor allem für Betriebe mit kontinuierlicher Massenfertigung (auch Serien- oder Sortenfertigung) relevant, bei der gleiche Zwischenprodukte für mehrere absatzbestimmte Produktarten verwendet werden und diese Zwischenprodukte nicht - wie das zum Beispiel bei der Auftragsfertigung möglich ist - bereits bei ihrer Herstellung für ganz bestimmte Endprodukte vorgesehen sind. Die häufig auf Zwischenlager produzierten Zwischenprodukte sind bis zum Zeitpunkt ihrer Weiterverarbeitung im Hinblick auf ihre weitere Verwendung neutral. Die bis zu diesem Zeitpunkt auf sie verrechneten Kosten können also zunächst einem bestimmten Endprodukt noch nicht zugerechnet werden. Sie sind daher dem Zwischenprodukt als selbständigem Kosten- und Leistungsträger zuzurechnen.

Diese Gruppe der Kosten- und Leistungsträger erscheint im Ansatz des linearen Gleichungssystems nicht mit selbständigen Variablen. Die bei ihrer Fertigung auftretenden einschränkenden Bedingungen werden vielmehr unter Verwendung der Variablen der Endprodukte, die aus diesen Zwischenprodukten hergestellt werden, ausgedrückt. Dasselbe gilt für die Gruppe der zu aktivierenden Eigenleistungen, die durch Abwandlung der einschränkenden Bedingungen in den Gleichungsansatz übernommen werden (157). Beide Trägergruppen sind daher in der Träger-Stammkartei besonders zu kennzeichnen:

(157) Vgl. die Ausführungen in Abschnitt 21315.

Die Stammkarten dieser Gruppen lassen sich dann ohne Schwierigkeit vor der Aufstellung des Koeffizientenschemas (158) aussortieren.

Dagegen sind bei der Numerierung die absatzbestimmten Produktarten (in Ausnahmefällen auch der zu aktivierenden Eigenleistungen) nach den in den Abschnitten 212 und 213 gezeigten Merkmalen speziell für die Aufstellung des Gleichungssystems zu unterteilen. Dies gilt für alle preisdifferenzierten Produktarten und auch alle diejenigen Erzeugnisse, für welche nach Maßgabe der Ablaufplanung unterschiedliche Fertigungsprozesse festgelegt sind.

Diese Kriterien der Produktartenspaltung stehen selbständig nebeneinander. Es ist also möglich, daß eine bestimmte originäre Produktart in n Preisgruppen und in m Fertigungsprozessen unterteilt werden muß, so daß sich bis zu $m \cdot n$ derivative Produktarten ergeben können, die im linearen Programm als selbständige Produktarten zu behandeln sind.

Eine derart gespaltene (originäre) Produktart erhält am zweckmäßigsten eine Sammelnummer, deren letzte Stellen nach Maßgabe des dekadischen Systems die Einzelnummern der derivativen Träger enthalten. Für diese wird jeweils eine Träger-Stammkarte angelegt, während die gespaltene Produktart als Ganzes in der Kartei nur durch die Sammelnummer, die auf den Stammkarten aller derivativen Träger erscheint, vertreten ist.

Die tabellierte Trägerkartei repräsentiert den allgemeinen Trägerplan, der - ähnlich wie der Stellenplan - durch Kartendoppeln in Trägerpläne für die verschiedenen Planungsperioden überführt werden kann. Die gedoppelten Karten nehmen zusätzlich spezifische Daten des betreffenden Planungszeitraumes auf. Diese werden an späterer Stelle im einzelnen dargestellt.

Die gedoppelten Trägerkarten können als Leitkarten in der Träger-Stellen-Kartei verwendet werden. In dieser sind gedoppelte Stellenkarten jeweils hinter den Stammkarten derjenigen Träger enthalten, von denen die betreffenden Stellen im Fertigungsprozeß durchlaufen werden. Da die meisten Kosten- und Leistungsstellen im allgemeinen an der Produktion mehrerer Träger beteiligt sind, müssen die Stellen-Stammkarten dementsprechend mehrfach gedoppelt werden. Die Träger-Stellen-Kartei dient sowohl der Plankalkulation als auch der Durchrechnung des linearen Programms.

3215 Bemerkungen zur Ablaufplanung

An mehreren Stellen der vorliegenden Untersuchung wurde bereits darauf hingewiesen, daß eine sorgfältige Ablaufplanung - ebenso wie detaillierte Zeit- und Arbeitsplatzstudien - nicht nur für die Kostenrechnung im allgemeinen und für die Plankostenrechnung im besonderen, sondern vor allem auch für die Anwendung linearer Planungsverfahren als *conditio sine qua non* zu betrachten ist. Die Darstellung des Systems einer Ablaufplanung würde jedoch über den Rahmen hinausgehen, der dieser Arbeit aufgrund ihrer speziellen Problemstellung gesteckt ist. An dieser Stelle kann daher nur auf die entsprechenden Standardwerke hingewiesen werden (159).

322 Das Verfahren der Kostenplanung

3221 Überblick

Die zahlreichen, in ihrer Form zum Teil recht unterschiedlichen Definitionen des Kostenbegriffs der modernen Nationalökonomie stimmen - wie Schwantag ausführlich ableitet (160) - in ihrem materiellen Inhalt mit dem betriebswirtschaftlichen Kostenbegriff (161) überein. Danach sind Kosten "die bei der Produktion - im weiten Sinne des Begriffs -, also bei der 'Leistungserstellung', verbrauchten Güter und Dienste (Kostengüter), bewertet zum Grenznutzentgang, dem bei 'freier' Beschaffbarkeit oder Produzierbarkeit der Tageswert der Güter entspricht" (162). Kosten entstehen also aus verbrauchten Sachgüter- und Dienstemengen, die zum "Grenznutzentgang" bewertet sind, das heißt, sie sind in der Regel (mathematische) Produkte aus Verbrauchsgütermengen und Preisen. Diese Preise sind in der Istkostenrechnung die in der Abrechnungsperiode realisierten Güterpreise, in der Plankostenrechnung dagegen die Prognosewerte.

(159) Ellinger, Theodor, Ablaufplanung. Grundfragen der Planung des zeitlichen Ablaufs der Fertigung im Rahmen der industriellen Produktion. Stuttgart 1959. Refa-Buch, Bd.1, Arbeitsgestaltung, München 1952. Refa-Buch, Bd.2, Zeitvorgabe, München 1952. Refa, Richtlinien und Anweisungen zur Durchführung der Arbeitsbewertung in der Praxis, Stuttgart 1948.

(160) Schwantag, Karl, Zins und Kapital in der Kostenrechnung, Bad Oeynhhausen, Minden, Leipzig, Berlin, Frankfurt/Main o.J.

(161) Zum betriebswirtschaftlichen Kostenbegriff vgl. Mellerovicz, Konrad, Kosten und Kostenrechnung, Bd.I, 3.Aufl., Berlin 1957, S.3 ff.

(162) Schwantag, Karl, Zins und Kapital, a.a.O., S.27.

Diesem Erscheinungsbild der Kosten entsprechend sind bei der Kostenplanung zum einen Verbrauchsmengen, zum anderen deren Preise getrennt zu planen.

Soweit die Kostengüter in den Kosten- und Leistungsstellen verbraucht und erfaßt werden, sind sie für jede einzelne Stelle gesondert zu planen. Demgegenüber werden bestimmte direkte Werkstoffkosten mit ihren Vorgabemengen und bestimmte erlös- und vertriebsabhängige Kosten, wie zum Beispiel Verpackungsmaterial, Umsatzsteuer, Provisionen und Frachten, mit ihren erwarteten Werten entweder für die Träger einzeln oder für Trägergruppen (sogenannte Trärgemeinkosten) geplant. Nur derjenige Teil der direkten Werkstoffkosten, der über die Vorgabemengen hinausgeht, wie zum Beispiel das Ausschußmaterial, erscheint beim Soll-Ist-Vergleich als Planabweichung der betreffenden Stelle. Innerhalb der Stellen werden die Verbrauchsmengen jeder Kostenart einzeln geplant.

3222 Planung der Stellenkosten

Die Zahl der je Leistungseinheit verbrauchten Mengeneinheiten einer Kostenart ist von sehr unterschiedlichen Faktoren abhängig. Diese differieren häufig nicht nur von einer Kostenart zur anderen, sondern auch innerhalb derselben Kostenart von Stelle zu Stelle. Sie charakterisieren die Verbrauchsfunktion einer Kostenart jeweils nur für eine bestimmte Kosten- und Leistungsstelle. Ihre Zahl ist so groß wie Kostenänderungsmöglichkeiten bestehen, praktisch also unendlich groß. Es ist nicht möglich, alle Bestimmungsfaktoren der Verbrauchsmengen in die Verbrauchsfunktionen und damit in den Kostenplan zu übernehmen. Relevant sind daher für die Planung nur jene Kostenbestimmungsfaktoren, deren Wirkungen auf die Kostenhöhe noch spürbar sind.

Diese Verbrauchsfunktionen werden im allgemeinen als Funktionszusammenhänge zwischen Faktorverbrauchsmengen, Produktmengen je Zeiteinheit und den dieses Verhältnis bestimmenden Koeffizienten formuliert. Sie verlieren in der starren Plankostenrechnung regelmäßig ihren Funktionscharakter, da in diesem System für die Relationen zwischen Faktorverbrauchsmengen und Produktmengen je Zeiteinheit feste Größen gewählt werden. In den flexiblen Plankostenrechnungen erscheinen dagegen mindestens die Leistungsmengen als unabhängige Variable der Verbrauchsfunktionen. Außerdem können unter Umständen in diesen Funktionen auch noch andere Bezugsgrößen, wie zum Beispiel die Losgröße, die Temperatur und die Qualität der Einsatzstoffe (163) als

(163) Vgl. hierzu: Schwantag, Karl, Artikel Plankostenrechnung, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, 42. Lieferung, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1962, S.308 ff.

weitere unabhängige Variable auftreten. Die Verbrauchsfunktionen werden in diesen Fällen multidimensional. Da jedoch die Plankostenrechnungen beim Arbeiten mit multidimensionalen Funktionen schwerfällig werden, setzt man meist in $n - 1$ Variable der n unabhängigen Variablen die für den betreffenden Planungszeitraum charakteristischen Plan- oder Istwerte ein (164), so daß jeweils nur eine Variable der Funktion als solche erhalten bleibt. Die übrigen werden als Parameter behandelt. Auf diese Weise läßt sich die Verbrauchsmenge als Funktion der jeweils relevanten einzelnen Bezugsgrößen darstellen. Als solche Bezugsgröße dient bei den proportionalen Kostenarten in der Regel die Leistungsmenge, bei den zeitabhängigen Kostenarten in der Regel die Zeit.

Nach Maßgabe ihrer wichtigsten Bestimmungsfaktoren lassen sich die Kostenarten in folgende Funktionsklassen gliedern:

1. Kostenarten, deren Verbrauchsmengen in einem direkt proportionalen Verhältnis zur Leistung (Produktionsmenge) stehen, wie zum Beispiel Einsatzstoffe in chemischen Prozessen.
2. Semivariable Kostenarten, die sowohl aus leistungsabhängigen als auch aus zeitabhängigen Bestandteilen zusammengesetzt sind.
3. Intervallfixe Kostenarten, die zwar eine unmittelbare Beziehung zur Leistung besitzen, deren Verbrauchsmengen aber innerhalb bestimmter Intervalle des Beschäftigungsgrades gleich bleiben und nur bei Übergängen von einem Beschäftigungsintervall zum anderen sprunghaft ansteigen. Beispiele hierfür sind Zeitlöhne und Gehälter.
4. Zeitabhängige und dispositionsbestimmte Kostenarten, die kurzfristig von der Produktionsleistung unabhängig sind, obwohl sie langfristig für eine bestimmte Leistungsmenge bemessen sind.
5. Kostenarten, deren Verbrauchsmengen von der Höhe anderer Kostenarten abhängen, wie zum Beispiel die Lohn- und Gehaltsnebenkosten und die Lohnsummensteuer von der Höhe der Lohn- und Gehaltskosten (165).

Die unter Ziffer 1 genannten proportionalen Kosten werden - bezogen auf die Produktionsleistung - als variable Kosten, die unter der Ziffer 4 bezeichneten zeitabhängigen Kosten - ebenfalls auf die Produktionsleistung bezogen -

(164) Vgl. hierzu die Ausführungen über den Soll-Ist-Vergleich in Abschnitt 323.

(165) Vgl. hierzu: Link, Herbert, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten, Mainzer Dissertation 1958, S.37.

als fixe Kosten betrachtet. Die unter der Ziffer 5 genannten Kostenarten sind entweder fixe oder variable Kosten, je nachdem, ob sie von einer fixen oder einer variablen Kostenart direkt abhängen.

Die semivariablen Kosten sind in ihre zeitabhängigen und in ihre leistungsproportionalen Kostenbestandteile aufzulösen. Die beiden im Schrifttum wie in der Praxis bekannten Verfahren der Kostenauflösung sind die analytische und die empirische Methode. Nach beiden Verfahren werden die bei alternativen Beschäftigungsgraden jeder Stelle auftretenden Verbrauchsmengen einer Kostenart festgestellt. Die aus dem Vergleich zwischen den alternativen Verbrauchsmengen erkennbaren Verbrauchsmengenänderungen dienen dann als Kriterien für die Trennung der fixen und der variablen Kostenbestandteile. Der Vorgang der Kostenauflösung läßt sich am deutlichsten geometrisch darstellen.

Man trägt in einem Koordinatensystem auf der Abszisse alternative Beschäftigungsgrade und auf der Ordinate die Verbrauchsmengenwerte ab. Für die alternativen Beschäftigungsgrade ermittelt man dann - nach dem analytischen Verfahren durch Arbeitsplatzstudien, nach dem empirischen Verfahren aufgrund historischer Werte - die bei jedem Beschäftigungsgrad entstehenden Verbrauchsmengen und trägt diese in das Koordinatensystem ein. Auf diese Weise erhält man ein Punktdiagramm, durch das sich, sofern die Abstände zwischen den Beschäftigungsgraden klein genug gewählt sind, mit ausreichender Genauigkeit eine approximierte lineare Funktion legen läßt. Verläufe diese Funktion durch den Koordinatenursprung, würde es sich um eine proportionale Kostenart handeln. Dieser Funktionsverlauf ist daher bei semivariablen Kostenarten ex definitione ausgeschlossen. Die Funktion muß also die Ordinate in ihrem positiven oder ihrem negativen Ast schneiden. Schneidet sie im negativen Ast, handelt es sich um einen Sonderfall, dem an dieser Stelle nicht nachgegangen werden soll. Schneidet sie dagegen die Ordinate in deren positivem Ast, ist die Höhe der fixen Kosten durch den Ordinatenwert dieses Schnittpunktes bestimmt. Die Höhe der variablen Kosten bei einem bestimmten Beschäftigungsgrad ist dann gleich der Differenz aus der Summe der bei diesem Beschäftigungsgrad entstehenden Verbrauchsmengen (dem Ordinatenwert dieses Beschäftigungsgrades) und der über alle Beschäftigungsgrade hinweg konstanten fixen Verbrauchsmengenbestandteile.

Dieses Verfahren läßt sich auch arithmetisch darstellen, indem man die Verbrauchsmengenänderung je Leistungsmengenänderung berechnet. Der Quotient

$$\frac{V_2 - V_1}{X_2 - X_1} = \frac{\text{Differenz der Verbrauchsmengenwerte}}{\text{Differenz der Leistungsmengenwerte}}$$

liegt Schmalenbachs proportionalem Satz (166) zugrunde. Multipliziert man diesen mit einer beliebigen Leistungsmenge, erhält man den variablen Bestandteil der gesamten Verbrauchsmengen bei dem betreffenden Beschäftigungsgrad. Der fixe Bestandteil ergibt sich dann als Differenz aus der gesamten Verbrauchsmenge und dem variablen Bestandteil.

Die intervallfixen Kostenarten werden entweder den fixen oder den variablen Kosten zugerechnet, je nachdem, ob die Abszissenintervalle, in denen die Verbrauchsmengensprünge auftreten, groß oder klein sind. Bei großen Sprüngen ist es zweckmäßig, die Abszissenwerte (Beschäftigungsgrade), in denen sprunghafte Verbrauchsmengenänderungen auftreten, in der Verbrauchsfunktion zu berücksichtigen, das heißt, eine diskontinuierliche (unstetige) Funktion aufzustellen und die betreffende Kostenart innerhalb der Intervalle gleichbleibender Verbrauchsmengen als zeitabhängige (fixe) Kostenart zu behandeln. Bei kleinen Sprüngen läßt sich dagegen durch das stufenförmige Punktdiagramm ohne Schaden für den Genauigkeitsgrad der Kostenplanung eine approximierte lineare Funktion legen. Der Ordinatenwert dieser Funktion im Beschäftigungsgrad Null (Schnittpunkt der linear-approximierten Funktion mit der Ordinate) bestimmt, ob die Kostenart als semivariable oder als proportionale zu behandeln ist. Ob zur Ermittlung der Verbrauchsmengen die analytische oder die empirische Methode anzuwenden ist, wird von Theorie und Praxis - *cum grano salis* - unterschiedlich beurteilt. Link stellt fest, daß "im Schrifttum ... vielfach die analytische Methode empfohlen (wird), während sich die Praxis vorwiegend der empirischen Methode bedient" (167). Die Einzelheiten des Für und Wider beider Verfahren liegen außerhalb der Problemstellung dieser Arbeit. Nach Ansicht des Verfassers ist jedoch im Hinblick auf die allgemeine Beurteilung dieser Streitfrage Link beizupflichten, der kein "entweder - oder", sondern ein "sowohl - als auch" als befriedigende Lösung empfiehlt. Link begründet seine Auffassung damit, daß sich der

(166) Vgl. hierzu: Schmalenbach, Eugen, Kostenrechnung und Preispolitik, 7. Aufl., Köln und Opladen 1956, S.75 ff. Schmalenbach wendet den proportionalen Satz allerdings nicht auf die einzelne Kostenart, sondern auf die Gesamtkosten des Betriebes an.

(167) Link, Herbert, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten, Mainzer Dissertation 1958, S.38.

Verbrauch mancher Kostenarten rein analytisch ermitteln läßt, während man sich bei anderen Kostenarten, wie zum Beispiel bei Reparaturen, im allgemeinen nur auf Erfahrungsergebnisse stützen kann (168).

Nachdem die Trennung der fixen und der variablen Kostenarten und die Auflösung der semivariablen sowie der intervallfixen Kostenarten in ihre fixen und variablen Kostenbestandteile in den Stellen vollzogen ist, werden die Kostenfunktionen der einzelnen Kostenarten ermittelt. Durch Bewertung der Bezugsgrößeneinheiten der Verbrauchsfunktionen mit Plankostensätzen werden die Verbrauchsfunktionen in Kostenfunktionen transformiert. Der Plankostensatz ist bei primären Kostenarten der geplante Beschaffungs-Einstandspreis, gegebenenfalls mit einem Zuschlag der geplanten Beschaffungs- oder Transportgemeinkosten, bei sekundären Kostenarten (innerbetrieblichen Leistungen) der Wert des an den leistenden Stellen bei erwarteten Bedingungen entstehenden Sollverbrauchs an variablen Kostengütermengen je Bezugsgrößeneinheit.

3223 Planung der Trägereinzelkosten und der Trägergemeinkosten

Die Planung der Trägereinzelkosten wirft keine Probleme auf, die an dieser Stelle näher behandelt werden müßten. Auch bei der Planung der Trägergemeinkosten tauchen keine neuen theoretischen Probleme auf, obwohl die Planung dieser Kosten in der Praxis mit großen Schwierigkeiten verbunden ist. Für beide Gruppen von Trägerkosten lassen sich ähnliche Funktionen wie für die an den Stellen geplanten Kostenarten aufstellen.

3224 Die Zurechnung der geplanten Stellenkosten auf die Träger

Die im folgenden dargestellte Plankalkulation umfaßt nur die Kostenseite der Planungsrechnung. Die erlösabhängigen Kosten werden im Zusammenhang mit der Planung der Erlöse behandelt.

Die Trägergemeinkosten, die Einzelkosten des Fertigungs- und des Vertriebsbereiches und die geplanten Stellenkosten bilden die Grundlage der Träger-Plankostenrechnung, also der sogenannten Plankalkulation. Kostenträger sind in diesem Sinne die absatzbestimmten Leistungen (Endleistungen). Da jedoch innerbetriebliche Leistungen zum Teil nach denselben Grundsätzen wie die absatzbestimmten Leistungen geplant werden, erscheint es zweckmäßig, ihre Weiterverrechnung im Zusammenhang mit der Plankalkulation darzustellen.

(168) derselbe, a. a. O., S. 38.

Das Grundprinzip der Plankalkulation besteht darin, daß die auf den Endstellen aufgelaufenen Kosten den Trägern proportional zu dem an eine Trägereinheit abgegebenen Faktoreinsatz der betreffenden Stellen zugerechnet werden. Das erreicht man in der Weise, daß auf allen in den Stellen ausgefertigten Urbelegen angegeben wird, an welche Träger die Leistungen der Hauptstellen abgegeben werden (169). Entsprechend der obligatorischen Trennung der leistungsabhängigen und der zeitabhängigen Kosten in der erweiterten Grenzplankostenrechnung sind bei der Verrechnung der Kosten von den Stellen auf die Träger zwei verschiedene Kostentypen und demzufolge zwei verschiedene Verrechnungspreise zu unterscheiden. Die variablen Kosten werden den die Leistung abgebenden Stellen im Leistungspreis, die fixen Kosten im Planbeschäftigungs-Sollpreis je Leistungseinheit vergütet. Dementsprechend werden die Träger mit dem Leistungspreis oder dem Planbeschäftigungs-Sollpreis belastet.

Die Sollkostensätze (Verrechnungspreise) der innerbetrieblichen Leistungen werden, soweit es sich um die variablen Kosten handelt, nach demselben Prinzip geplant. Die leistenden Stellen werden mit dem Leistungspreis erkannt, die empfangenden Stellen mit dem Leistungspreis belastet. Bei der Verrechnung der fixen Kosten der innerbetrieblichen Leistung tritt jedoch an die Stelle des Planbeschäftigungs-Sollpreises der Vorhaltebetrag.

Die getrennte Verrechnung der fixen und der variablen Kosten setzt im Hinblick auf die später durchzuführende Programmierung voraus, daß für jede Stelle und für jeden Träger zwei Kosten- und Leistungskonten geführt werden. Das eine dient jeweils der Verrechnung der fixen, das andere der Verrechnung der variablen Kosten und Leistungen. Darüber hinaus sind Abweichungskonten zu führen, deren Zahl davon abhängt, wieviele Abweichungsarten getrennt ausgewiesen werden sollen (170).

Die Planung innerbetrieblicher Leistungen (sekundärer Kostenarten der die Leistung empfangenden Stellen) kompliziert sich in jenen Fällen, in denen solche Leistungen zwischen zwei oder mehr Stellen gegenseitig ausgetauscht

(169) Vgl. hierzu die ausführlichen Darstellungen bei Ellinger.

Ellinger, Theodor, Rationalisierung durch Standardkostenrechnung, Stuttgart 1954.

(170) Zur Darstellung der praktischen Verrechnung von Planabweichungen vgl. Ellinger, Theodor, Rationalisierung durch Standardkostenrechnung, a.a.O., S.19 ff.

werden. Das betriebseigene Kraftwerk liefert zum Beispiel Strom an die Dampfkesselanlage, während diese das Kraftwerk mit Dampf versorgt. In den Leistungen der Dampfkesselanlage sind dann Stromkosten enthalten, die zunächst noch nicht bewertet werden können, weil die Dampfkosten, die ihrerseits in den Stromkosten enthalten sind, zunächst ebenfalls noch nicht bewertbar sind, weil die Höhe der Dampfkosten je Leistungseinheit noch nicht feststeht usw.

Diesem *circulus vitiosus* kann man nach verschiedenen Methoden begegnen und das Problem befriedigend lösen. Die wissenschaftlich exakteste Lösung ist das von Schneider entwickelte System der simultanen Gleichungen (171). Dieses Verfahren beruht auf dem Prinzip, die Gesamtkosten jeder an einem solchen Leistungsaustausch beteiligten Stelle als Funktion aller empfangenen Leistungen und der Gesamtleistungen aller an sie liefernden Stellen aufzufassen. Das System läßt sich - auf das angeführte Beispiel angewandt - wie folgt darstellen:

$$K_{D_0} = K_{D_1} + \frac{K_{E_0} \cdot x_D}{x_E} ; \quad K_{E_0} = K_{E_1} + \frac{K_{D_0} \cdot y_E}{y_D}$$

$$K_{D_0} = K_{D_1} + \frac{K_{E_1} + \frac{K_{D_0} \cdot y_E}{y_D}}{x_E} ;$$

$$K_D \cdot x_E = K_{D_1} \cdot x_E + K_{E_1} + \frac{K_{D_0} \cdot y_E}{y_D} ;$$

$$K_{D_0} \cdot (x_E \cdot y_D - y_E) = K_{D_1} \cdot x_E \cdot y_D + K_{E_1} \cdot y_D$$

$$K_{D_0} = \frac{K_{D_1} \cdot x_E \cdot y_D}{x_E \cdot y_D - y_E} + \frac{K_{E_1} \cdot y_D}{x_E \cdot y_D - y_E}$$

(171) Schneider, Erich, Die innerbetriebliche Leistungsverrechnung in der Kostenarten- und Kostenstellenrechnung, Z.f.h.F. 1941, S. 251 ff.; derselbe, Die innerbetriebliche Leistungsverrechnung, in: Z.f.h.F. 1941, S. 260 ff.; derselbe, Industrielles Rechnungswesen, 2. Aufl., Tübingen 1954, S. 43 ff.

Durch Einsetzen des für K_{D_0} ermittelten Wertes in die Gleichung für K_{E_0} läßt sich dieser Wert ebenfalls leicht ermitteln (172).

323 Das Prinzip des Soll-Ist-Vergleichs

Die kostenstellenweise erfaßten Funktionen der Kostenarten sind Plankosten, die den Stellen für bestimmte Planungszeiträume vorgegeben werden. Am Ende der Planungsperioden werden sie jeweils den effektiv in den Stellen erzielten Kosten, den Istkosten, gegenübergestellt. Der Wert eines Soll-Ist-Vergleichs ist für die Lösung von Entscheidungsproblemen und für die Betriebskontrolle um so größer, je öfter er angestellt wird. Als Vergleichszeitraum empfiehlt sich daher der Monat, in vielen Fällen die Woche.

Da die Verbrauchsmengen aller Kostenarten mit Planpreisen, die primären Istkosten dagegen mit Istpreisen bewertet sind, müssen zunächst die Preisabweichungen von den gesamten Planabweichungen abgespalten werden. Das erreicht man, indem man die mit Planpreisen bewerteten Istverbrauchsmengen den mit Istpreisen bewerteten Istverbrauchsmengen gegenüberstellt. Die Differenzen werden - nach Kostenarten zusammengefaßt - auf Preisabweichungskonten gebucht. Alle übrigen Abweichungen werden in den Kosten- und Leistungsstellen erfaßt. Zu diesem Zweck setzt man die für den Planungszeitraum geltenden Werte der Bezugsgrößen in die Kostenfunktionen der kostenstellenweise erfaßten Kostenarten ein. Die Kostenfunktionen nehmen damit

(172) In der algebraischen Ableitung bedeuten:

K_{D_0} : die Summe der Kosten der Dampfkesselanlage,

K_{E_0} : die Summe der Kosten des Kraftwerkes,

K_{D_1} : die Summe der Kosten der Dampfkesselanlage ohne Stromkosten,

K_{E_1} : die Summe der Kosten des Kraftwerkes ohne Dampfkosten,

x_E : die Gesamtleistung des Kraftwerkes,

x_D : die an die Dampfkesselanlage abgegebene Leistung des Kraftwerkes,

y_D : die Gesamtleistung der Dampfkesselanlage,

y_E : die an das Kraftwerk abgegebene Leistung der Dampfkesselanlage.

numerische Werte an, die im folgenden als Sollkosten I (173) bezeichnet werden. Bei diesen handelt es sich also um Sollverbrauchsmengen, die mit Planpreisen bzw. Plankostensätzen je Bezugseinheit bewertet sind. Schwantag erläutert diesen numerischen Wert wie folgt: "Der Sollkostenbetrag jeder einzelnen Kostenart wird demnach, soweit es sich um zeitabhängige Kosten handelt, entweder mit dem Sollkostenbetrag je Kalenderzeiteinheit (zum Beispiel Gehälter) oder mit dem (mathematischen) Produkt aus Sollkosten je Arbeitstag und Zahl der Arbeitstage des Abrechnungszeitraumes (zum Beispiel Hilfslöhne) oder mit dem (mathematischen) Produkt des für den Kalenderzeitraum geltenden Kostenvorgabebetrages und dem Temperaturänderungsfaktor (zum Beispiel Heizdampf) vorgegeben. Bei den leistungsabhängigen Kostenarten werden die Sollkosten als (mathematisches) Produkt der verwirklichten Istbezugseinheiten mit dem Sollkostensatz je Bezugseinheit ermittelt" (174). Stellt man den Sollkosten I die in den einzelnen Stellen entstandenen Istkosten kostenartenweise gegliedert gegenüber, lassen sich als Differenzen die Verbrauchsabweichungen feststellen.

Zur Ermittlung weiterer Abweichungen, die aufgrund unnormaler Bezugsgrößenwerte auftreten, werden die Sollkosten I den Sollkosten II gegenübergestellt. Letztere ermittelt man, indem man die als normal für den Planungszeitraum erwarteten Bezugsgrößenwerte in die Kostenfunktion einsetzt. Die sich aus diesem Vergleich ergebenden Abweichungen können zum Beispiel als "Arbeitszeit-", "Temperatur-", "Losgrößen-" oder "Intensitätsabweichungen" betrachtet werden, je nachdem, auf welche Bezugsgrößenabweichung die betreffende Planabweichung zurückzuführen ist.

Die Sollkosten II besitzen für die lineare Programmplanung hervorragende Bedeutung. Zum einen sind sie die für den Planungszeitraum real zu erwartenden numerischen Kostenwerte, zum anderen lassen sie sich bereits vor Beginn des Planungszeitraumes ermitteln, während die Sollkosten I jeweils erst nach Ablauf des Planungszeitraumes feststellbar sind. Welches abrechnungstechnische Verfahren dabei angewandt werden kann, wird in einem späteren Abschnitt darzustellen sein.

(173) Vgl. Schwantag, Karl, Artikel Plankostenrechnung, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, 42. Lieferung, Bd. 8, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1962, S. 312.

(174) Schwantag, Karl, Artikel Plankostenrechnung, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, 42. Lieferung, Bd. 8, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1962, S. 311 ff.

324 Möglichkeiten der Erlösplanung

Die Bezeichnung Erlös wird im Schrifttum wie in der Praxis in verschiedenen Bedeutungen gebraucht. Zum einen versteht man darunter den Gesamtbetrag aller in einem Zeitraum beim Verkauf von Gütern erzielten Entgelte, zum anderen den beim Verkauf einer Produkteinheit erzielten Preis. Für den Erlösbegriff in der letztgenannten Bedeutung findet man häufig zum Zweck besserer Unterscheidung die Bezeichnung Erlös je Produkteinheit oder Stückerlös. In der vorliegenden Untersuchung wurde bisher diese Terminologie gewählt.

Der Gesamterlös (Umsatz) ist das (mathematische) Produkt aus Stückerlös und der abgesetzten Gütermenge. Da letztere im linearen Programm zu bestimmen ist und aus diesem Grunde bei der Aufstellung des Gleichungssystems noch nicht feststeht, kann sich die Erlösplanung bei Anwendung linearer Planungsverfahren grundsätzlich nur auf die Vorausbestimmung der Stückerlöse erstrecken. Hinsichtlich der Bedeutung der allgemeinen Bezeichnung können also im Zusammenhang mit der linearen Programmplanung keine Mißverständnisse auftreten. Im folgenden wird daher der Erlösbegriff in der Bedeutung von Stückerlösen verwendet.

Die Problemstellung der gewinnoptimalen Planung des Produktionsprogramms fordert aber noch eine weitere Präzisierung des Erlösbegriffs. Und zwar ist der Erlös als Brutto-Verkaufserlös, also als Listenpreis nach Abzug der Erlösschmälerungen zu definieren. Auch diese Bedingung soll der im folgenden verwendete Erlösbegriff erfüllen.

Die Erlöse eines Unternehmens planen heißt, ihre Höhe - nach Produktarten getrennt - in Abhängigkeit von den sie bestimmenden Einflußgrößen für einen zukünftigen Zeitraum im voraus bestimmen. Das bedeutet, daß die Planung der Erlöse nur dann möglich ist, wenn die Bestimmungsgrößen bekannt und für den Planungszeitraum quantifizierbar sind.

Die im Schrifttum wie in der Praxis ernsthaft unternommenen Versuche, diese Bestimmungsgrößen systematisch nach ihren qualitativen und quantitativen Merkmalen zu bestimmen, sind verhältnismäßig selten. Dafür mögen verschiedene Gründe maßgebend sein. Zunächst hätte die Erlösplanung aus der betrieblichen Planungsrechnung heraus entwickelt werden müssen. Das Planungsdenken der Betriebswirte war aber bis in die Jahre nach dem Zweiten Weltkrieg vorwiegend technisch orientiert, so daß die Gesichtspunkte der Kostenplanung einseitig im Vordergrund standen. Weiterhin haben ohne Zweifel auch die mit der Bestimmung der Erlös-Bezugsgrößen verbundenen Schwierig-

keiten dazu geführt, daß dieser für die Unternehmen überaus wichtige Teil der Planungsrechnung mit praktisch nur geringem Erfolg behandelt wurde.

Das Ausmaß der Schwierigkeiten wird erkennbar, wenn man sich die fast unübersehbare Zahl der Bestimmungsgrößen und ihre vielgestaltigen Zusammenhänge vor Augen führt. Hinzu kommt, daß die Kausalität zahlreicher Bezugsgrößenänderungen nicht oder kaum rational faßbar ist, daß also vielfach mutative Änderungen der Bestimmungsfaktoren auftreten, deren Zeitpunkte, Ausmaße und Wirkungen im voraus nicht feststellbar sind. Weitere Schwierigkeiten sind darin zu sehen, daß die Bezugsgrößen zum gleichen Zeitpunkt auf verschiedenen Teilmärkten verschiedene Werte annehmen können.

Alle bisher unternommenen Versuche einer brauchbaren Erlösplanung (175) sind daher durch das Bestreben gekennzeichnet, diesen Schwierigkeiten durch Anwendung gewisser Kunstgriffe zu begegnen.

-
- (175) Darstellungen von Methoden der Erlösplanung geben: AMA (Hrsg.), *Materials and Methods of Sales Forecasting*, Schriftenreihe der American Management Association, Bd.27, New York 1957; Doub, John C., *Sales Projections*, in: Marting, Elizabeth (Hrsg.), *Case Studies in Production Forecasting, Planning and Control*, Schriftenreihe der American Management Association, Bd.23, New York 1957, darin: S.35 ff.; Duncan, Arthur D., *Long-Range Sales Forecast*, in: Marting, Elizabeth (Hrsg.), *Case Studies in Production Forecasting, Planning and Control*, Schriftenreihe der American Management Association, Bd.23, New York 1957, darin: S.10 ff. Bratt, Elmer, *Business Forecasting*, New York - Toronto - London 1958; Silk, Leonard S., *Forecasting Business Trends. Consultant Reports on Current Business Problems*, New York 1956; Misenhimer, J. B., *Long-Range Sales Planning*, in: Ewing, David W. (Hrsg.), *Long-Range Planning for Management*, New York 1958, darin: S.174 ff.; Abramson, Adolph G., *Techniques of Forecasting*, in: Abramson, Adolph G. u. a. (Hrsg.), *Business Forecasting in Practice: Principles and Cases*, New York 1956, darin: S.40 ff.; Matz, Adolph, *Plankostenrechnung. Handbuch für die Praxis*, Wiesbaden 1954, S.23 ff.; Link, Herbert, *System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten*, Mainzer Dissertation 1958, S.48 ff. Vgl. weiterhin über die Aufgaben der Marktforschung bei der Absatzplanung: Schäfer, Erich, *Grundlagen der Marktforschung. Marktuntersuchung und Marktbeobachtung*. Köln und Opladen 1953, 3. Auflage, S.26 ff., insbesondere S.31 ff.

Die von den zitierten Autoren erarbeiteten Methoden stimmen zunächst darin überein, daß eine möglichst große Zahl bestimmbarer Einflußgrößen bei der Absatzplanung zu berücksichtigen ist. Ein gravierender Unterschied zwischen Link und den amerikanischen Autoren besteht jedoch darin, daß die Ziele der in den amerikanischen Veröffentlichungen dargestellten Methoden auf die Planung von abzusetzenden Produktmengen und auf die Planung von Umsatzzahlen gerichtet sind, während es Link speziell um die Planung der Erlöse in ihrer funktionalen Abhängigkeit von bestimmten Bezugsgrößen, insbesondere von der Absatzmenge, geht. Um die Ermittlung funktionaler Zusammenhänge bemühen sich zwar auch die genannten Amerikaner. Bei ihnen stehen aber statistische Korrelationen zwischen Absatzmengen und Umsätzen einerseits und volkswirtschaftlichen Bezugsgrößen andererseits im Vordergrund. Die Planwerte der Güterpreise werden dann einfach in der Weise ermittelt, daß man die nach Produktarten getrennt geplanten Umsatzwerte durch die geplanten Mengenwerte dividiert. Der Gedanke, die Güterpreise in Abhängigkeit von alternativen Absatzmengen zu planen, wie es für eine den theoretischen Erkenntnissen gemäße Gewinnmaximierungspolitik erforderlich wäre, taucht in den genannten amerikanischen Veröffentlichungen nicht auf.

Die Planung der Erlöse in ihrer funktionalen Abhängigkeit von bestimmten Bezugsgrößen besitzt jedoch gerade für die Aufstellung der Zielgleichung des linearen Programms entscheidende Bedeutung. Es liegt daher der Gedanke nahe, für die Erlöse ähnliche Funktionen wie für die Kosten aufzustellen. Dazu müßten alle die Erlöse bestimmenden Faktoren quantifiziert werden, wie das ja auch bei den Bezugsgrößen der Kostenfunktionen der Fall ist. Auf dieser Überlegung basiert die Preistheorie Krelles (176), der die Preisfunktion im Gegensatz zu Erich Schneider (177), von Stackelberg (178) und Gutenberg (179) als multidimensionale Funktion einer endlichen Zahl von Bezugsgrößen darstellt. Der Unterschied zwischen Krelles Theorie und den Lehrgebäuden der traditionellen Preistheorie ist ein Unterschied in der Darstellungsweise, nicht dagegen in der grundsätzlichen Auffassung. Auch Schneider, von Stak-

(176) Krelle, Wilhelm, Preistheorie, Tübingen, Zürich 1961.

(177) Schneider, Erich, Einführung in die Wirtschaftstheorie, Bd. II, 7. Aufl., Tübingen 1961.

(178) von Stackelberg, Heinrich, Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre, 2. Aufl., Tübingen, Zürich 1951.

(179) Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 2. Bd.: Der Absatz, 3. Aufl., Berlin, Göttingen, Heidelberg 1959.

kelberg und Gutenberg erkennen die Abhängigkeit der Preisfunktion von einer Vielzahl interdependenter Bezugsgrößen. Ihre zweidimensionalen Preis-Mengen-Relationen können daher als Projektionen der multidimensionalen Preisfunktion in die Preis-Mengen-Ebene interpretiert werden. Das bedeutet aber, daß die Preistheorien Schneiders, von Stackelbergs und Gutenbergs auf ebenso viele Marktkonstellationen anwendbar sind wie die Theorie Krelles, nämlich auf alle. Der wesentliche Unterschied ist allerdings darin zu erkennen - und darin besteht auch Krelles großes Verdienst - daß die funktionalen Abhängigkeiten zwischen dem Preis und den zahlreichen Bezugsgrößen, sowie zwischen den Bezugsgrößen untereinander bei Krelle explizit gezeigt werden und darum erkennbar sind.

Die Verifizierung der Krelleschen Preistheorie stieß allerdings bisher auf unüberwindliche Schwierigkeiten, und es darf wohl mit Recht vermutet werden, daß ihre Verifizierung auch in der Zukunft nicht oder nur in sehr geringem Umfang möglich sein wird. Die Ursache ist darin zu erblicken, daß die Beziehungen zwischen den Bestimmungsgrößen nicht eindeutig quantifizierbar sind.

Diese Schwierigkeiten bei der Quantifizierbarkeit der Bezugsgrößen versuchen die amerikanischen Autoren durch Aufstellung einer Absatzvorschaurechnung zu umgehen, die als Verifizierung der in den traditionellen Preistheorien vorgenommenen Projektion der multidimensionalen Absatzfunktion in die Preis-Mengen-Ebene angesehen werden kann. Diese Vorschaurechnung dient dem Zweck, die schwer quantifizierbaren Bezugsgrößen in der Weise zu erfassen, daß für jedes Produkt das Bild einer spezifischen, für den Planungszeitraum auf bestimmten Teilmärkten (180) gültigen absatzwirtschaftlichen Situation gezeichnet wird. Da über die Methode, in der die Vorschaurechnung zu entwickeln ist, in der Literatur sehr unterschiedliche Auffassungen herrschen, soll im folgenden das Prinzip eines Verfahrens dargestellt werden, das aus den in verschiedenen amerikanischen Beiträgen vorgetragenen Gedanken entwickelt wurde und als Synthese der einzelnen Vorschauverfahren betrachtet werden kann. Aus dieser Vorschaurechnung soll zu erkennen sein, in welche Richtung die wichtigsten Bestimmungsgrößen wirken, wie groß die Wirkungen sind, die von den einzelnen Bezugsgrößen insbesondere auf andere, interdependente Bestimmungsfaktoren ausgehen und wie stark die aus den Einzelwirkungen der

(180) Die Gliederung des Gesamtmarktes einer Produktart wird nach denselben Kriterien vorgenommen, nach denen das Unternehmen seine Preise differenziert. Gegebenenfalls werden die Teilmärkte regional untergliedert.

Bezugsgrößen resultierende Gesamtwirkung zum einen auf die in der Planungsperiode absetzbare Gütermenge, zum anderen auf die Höhe des erzielbaren Preises ist. Bei der Analyse der Mengen wird zunächst die Mengenbezugsgröße Preis, bei der Preisanalyse die unabhängige Variable Menge als Parameter betrachtet. Die Preiskonstante kann als eine mit der durchschnittlichen Höhe der Nettoerlöse bewertete Größe betrachtet werden.

Das Mengenergebnis der Vorscheurechnung dient als Grundlage der nun vorzunehmenden Preisplanung. Da dieser Problemkreis in der amerikanischen Literatur grundsätzlich in einem anderen als dem in der vorliegenden Untersuchung angestrebten Sinne gelöst wird, erscheint es angebracht, die allgemeinen Grundlagen der Mengenvorschau näher zu erläutern, bevor auf die Methoden der Preisplanung eingegangen wird.

Die Grundlage der Absatzvorscheurechnung bildet ein gesamtwirtschaftliches Modell, das sowohl die Einflußbereiche außerökonomischer Faktoren, des sogenannten Datenkranzes (181), als auch die funktionalen Wechselbeziehungen zwischen den Bezugsgrößen des sogenannten "ökonomischen Kosmos" (182) erkennen läßt und deren Wirkungen auf die Inlandsnachfrage nach Konsumgütern und nach Investitionsgütern zeigt. In diesem Modell setzt man als Bezugsgrößenwerte die Gegenwartswerte ein. Die im Modell dargestellte gesamtwirtschaftliche Situation entspricht unter diesen Bedingungen dem status quo.

Nunmehr sind die Gegenwartsdaten durch die entsprechenden Zukunftsdaten zu ersetzen. Sie werden aus Trendextrapolationen der entsprechenden Vergangenheitswerte gewonnen. Setzt man nun diese als für den Planungszeitraum repräsentativ ermittelten Daten in die Bezugsgrößen des Modells ein, lassen sich nach den Gesetzmäßigkeiten der Wirtschaftstheorie bestimmte Wirkungen zwischen den Bezugsgrößen abschätzen, aus denen sich dann die im Planungszeitraum voraussichtlich eintretenden Änderungen der gesamtwirtschaftlichen Situation ableiten lassen.

Die aus dem gesamtwirtschaftlichen Modell gewonnenen Änderungswerte lassen sich nun für denselben Planungszeitraum auf einen bestimmten Wirtschaftszweig übertragen. Damit sind die Werte der Bezugsgrößen für den gesamten Inlandsmarkt einer Branche bestimmt. Welche Bezugsgrößenänderungen für

(181) Vgl. Eucken, Walter, Grundlagen der Nationalökonomie, 7. Aufl., Berlin, Göttingen, Heidelberg 1959.

(182) Vgl. Eucken, Walter, Grundlagen der Nationalökonomie, 7. Aufl., Berlin, Göttingen, Heidelberg 1959.

den einzelnen Teilmarkt der Unternehmung zu erwarten sind, läßt sich aus dem Modell im allgemeinen nicht ausreichend genau feststellen. Diese Werte müssen daher durch spezielle Marktanalysen und Marktbeobachtungen überprüft und ergänzt werden.

Mit der Analyse der Teilmärkte tritt die Absatzplanung in ein Stadium ein, in welchem die Zahl der ökonomischen und außerökonomischen Einflußgrößen auf ein überschaubares Maß reduziert ist. Die Wirkungen der Bestimmungsgrößen des Datenkranzes, wie zum Beispiel das Bevölkerungswachstum, die technische Entwicklung in der einzelnen Branche, die Wirtschaftspolitik der Regierung, die Gesetzgebung etc., sowie die ökonomischen Bezugsgrößen, wie zum Beispiel die Höhe des Volkseinkommens, die Einkommensverteilung, die Höhe des Steueraufkommens, die Steuerbelastung der Bevölkerung, die Investitionsquote, die Konsumquote, der Kaufkraftindex usw. sind in diesem Stadium der Planung bereits zu einer Resultierenden zusammengefaßt. Um sich dieses Bild zu verdeutlichen, kann man sich die genannten Bezugsgrößen als Vektoren vorstellen, die zu einem ökonomischen "Cremonaplan" (183) zusammengestellt wurden. Die Resultierende repräsentiert dann die Summe dieser Vektoren durch ihren Richtungsfaktor und ihre skalare Größe. Sie bezeichnet die gesamtwirtschaftliche Entwicklungstendenz.

Welche Bezugsgrößen bei den Teilmarktanalysen vordringlich zu berücksichtigen sind, ist von Fall zu Fall verschieden. Die Beantwortung dieser Frage hängt zum Beispiel von der Zahl und vom Verhalten der Anbieter auf dem betreffenden Teilmarkt und den spezifischen Merkmalen der produzierten Güter ab. In den meisten Fällen wird sich aber eine Bezugsgröße oder mehrere ermitteln lassen, die den Absatz eines Gutes wesentlich bestimmen. Eine dieser Einflußgrößen ist in jedem Falle der Preis. Dieser wird aber zunächst noch als Parameter betrachtet. Dagegen können regionale Bevölkerungszahlen oder Kaufkraftkennzahlen, sowie die Zahl der Industriebetriebe, der zugelassenen Kraftfahrzeuge oder der Fernsteilnehmer gegebenenfalls als für den Teilmarkt relevante Bezugsgrößen angesehen werden.

Während die für das gesamtwirtschaftliche Modell benötigten statistischen Daten meist ohne Schwierigkeiten den Veröffentlichungen der statistischen Ämter und der Wirtschaftsverbände sowie denen der Notenbank und der Geschäftsbanken entnommen werden können, sind die Teilmarktkennzahlen oft nicht

(183) Der Cremonaplan ist ein in der Statik angewandtes geometrisches Verfahren zur Bestimmung von Kräftewirkungen.

ohne weiteres beschaffbar. Dieser Umstand zwingt dazu, die entsprechenden Daten durch den ergänzenden Einsatz der eigenen Marktforschungsabteilung oder durch fremde Marktforschungsinstitute im einzelnen erheben zu lassen.

Die Teilmärkte sollten gleichzeitig nach zwei verschiedenen Methoden analysiert werden. Die erste ist die Vorscheurechnung aufgrund einer Extrapolation historischer Bezugsgrößenwerte. In ihr werden die Daten des gesamtwirtschaftlichen Modells, die statistischen Aufzeichnungen des Unternehmens über die relevanten Daten des betreffenden Teilmarktes und die statistisch aufbereiteten Daten des Rechnungswesens zu reinen Zeitanalysen und Korrelationsrechnungen verarbeitet. Die zweite Methode ist die Vorscheurechnung aufgrund direkter Marktuntersuchungen. Sie wird im allgemeinen auf der Grundlage von Repräsentativerhebungen durchgeführt. Beide Verfahren sollen sich in ihren Methoden ergänzen. Ihre Zielsetzungen müssen jedoch grundsätzlich gleich sein, so daß die nach beiden Methoden gewonnenen Ergebnisse durch Vergleich kontrolliert werden können.

Die Prinzipien des skizzierten Planungsverfahrens der Absatzmenvorschau sowie praktische Beispiele ihrer Verifizierung werden zum Teil bei Bratt ausführlich beschrieben (184). Bratt konzentriert seine Darstellung auf den Problembereich des gesamtwirtschaftlichen Modells. Fragen der Teilmarktanalyse werden dagegen bei Ehrenfried (185) und Boulden (186) näher untersucht. Der bei Matz skizzierten Planungsmethode der Westinghouse Electric Company liegt - soweit das aus der Darstellung zu entnehmen ist - ein ähnliches System der Absatzmengenplanung wie das in den vorangegangenen Absätzen beschriebene zugrunde (187). Offen bleibt, wie sich Link die Bestimmung der gesamtwirtschaftlich relevanten und der auf den einzelnen Teilmärkten wirkenden Bezugsgrößen vorstellt. Er geht zum Zweck der Bestimmung einer Preis-Mengen-Relation von preisbereinigten Vergangenheitswerten aus und fordert, sie dahingehend zu prüfen, ob im Planungszeitraum relevante Än-

(184) Bratt, Elmer, Business Forecasting, New York, Toronto, London 1958, S. 237 ff.

(185) Ehrenfried, Albert D., Techniques of Market Measurement, in: Newgarden, Albert (Hrsg.), How To Plan Products That Sell?, Schriftenreihe der A. M. A., Bd. 13, New York 1958, S. 73 ff.

(186) Boulden, James B., Fitting The Sales Forecast To Your Firm, in: Business Horizons, Heft 1, 1958, S. 65 ff.

(187) Matz, Adolph, Plankostenrechnung, Handbuch für die Praxis, Wiesbaden 1954, S. 23 ff.

derungen in der Marktstruktur auf der Angebots- oder auf der Nachfrageseite zu erwarten sind. Auf welche Weise diese Prüfung vorzunehmen ist, geht aus seiner Darstellung nicht hervor (188).

Zur Methode der Absatzmengenplanung kann abschließend festgestellt werden, daß das gezeigte Verfahren mindestens in Einzelabschnitten in Übereinstimmung mit den im Schrifttum dargestellten Methoden steht. Soweit das Verfahren über die genannten Darstellungen hinausgeht, steht es zu ihnen nicht im Widerspruch, da die Formen der im Schrifttum bekannten Darstellungen entsprechende Ergänzungen zulassen.

Bei Anwendung des beschriebenen Verfahrens lassen sich die im Planungszeitraum voraussichtlich auf bestimmten Teilmärkten absetzbaren Produktmengen ermitteln. Allerdings steht in diesem Stadium der Erlösplanung die Wirkung von Preiseinflüssen auf den Mengenplan noch nicht fest. Dennoch können die geplanten Absatzmengen als maximal erreichbare Werte angesehen werden, so daß sie als einschränkende Marktbedingungen Verwendung finden können. Der Einfluß absatzpolitischer Entscheidungen der Geschäftsleitung auf die Mengenwerte ist zunächst zu vernachlässigen, sie können nur unter Beachtung der Kapazitätsgrenzen der Fertigungsabteilung geplant werden. Aus diesem Grunde sind sie erst in einem späteren Zeitpunkt in Betracht zu ziehen, in dem das Ergebnis der ersten Optimallösung vorliegt.

Die Preis-Mengen-Relation ist also für ein Intervall alternativer Absatzmengenwerte von einem Minimalwert bis zum geplanten Maximalwert aufzustellen. Der Minimalwert kann als eine Grenze aufgefaßt werden, die erfahrungsgemäß nicht unterschritten wird oder aufgrund vertraglicher Verpflichtungen oder absatzpolitischer Grundsatzentscheidungen (zum Beispiel einer Konzernspitze) nicht unterschritten werden darf. Für dieses Intervall wurde an anderer Stelle die Bezeichnung Entscheidungsbereich gewählt. Sie wird im folgenden beibehalten.

Das von Link gezeigte Verfahren, die Preis-Mengen-Relation innerhalb des Entscheidungsbereiches zu planen, wurde bereits in einem der ersten Abschnitte erwähnt. An dieser Stelle soll daher nur rekapituliert werden, daß Link die Preis- und Mengen-Istwerte möglichst vieler abgelaufener Planungszeiträume preisbereinigt (gleichnamig macht) und in ein Koordinatensystem legt. Die sich auf diese Weise ergebenden Preis- und Mengenwerte gelten dann nach

(188) Link, Herbert, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Istwerten, Mainzer Dissertation 1958, S.53 f.

Link als Projektionen alternativer Werte in einen gedanklich gebildeten Planungszeitraum (189). Ohne Zweifel stellt dieses Verfahren eine relativ einfache und daher praktikable Lösung des Planungsproblems dar. Gegen ihren Aussagewert lassen sich jedoch schwerwiegende Bedenken anmelden. Daß Link nicht die Teilmärkte der Produktarten, sondern nur ihre Gesamtmärkte global untersucht, läßt zwar eine genaue Preis-Absatz-Analyse nicht zu, spricht aber zunächst noch nicht gegen das Verfahren der Projektion historischer Werte. Denn wäre diese Methode brauchbar, könnte sie ohne weiteres auf Teilmarktanalysen übertragen werden. Die Bedenken richten sich vielmehr gegen die Auffassung, die Preis- und Mengenwerte verschiedener Zeiträume könnten generell als alternative Werte einer künftigen Periode angesehen werden. Eine solche Annahme basiert nämlich, sofern sie als richtig gelten soll, auf der Prämisse, daß funktionale Abhängigkeiten nur zwischen Preis und Menge, nicht dagegen zwischen dem Preis, der Menge und den zahlreichen anderen gesamtwirtschaftlich und individuell auf den einzelnen Teilmärkten wirksamen Bestimmungsgrößen bestehen, oder - was dasselbe bedeutet - daß diese Bezugsgrößen Konstante sind. Das bedeutet, daß stillschweigend die Prämisse gesetzt wird, daß sich die Preis-Absatz-Funktionen von einem Planungszeitraum zum anderen nur parallel verschieben können. Diese Annahme wird jedoch im allgemeinen nicht zutreffen. Im Normalfall sind Richtung und Wirkungsmaß der Bezugsgrößen von einer Periode zur anderen verschieden. Der für einen Abszissenwert ermittelte Ordinatenwert ist dann bei Anwendung des Linkschen Verfahrens eine Funktion zahlreicher interdependenter Variabler, die sich auf eine reine Preis-Mengen-Relation nicht mehr zurückführen läßt.

Einen gewissen Aussagewert für den Planungszeitraum besitzt dagegen der Preis- und der Mengenwert der dem Planungszeitraum vorangegangenen Abrechnungsperiode, da die Bezugsgrößenwerte dieses Zeitraumes die Ausgangsdaten der künftigen Entwicklung bilden. Dieser Preis-Menge-Wert läßt sich als Basiswert weiterer Untersuchungen in ein Koordinatensystem eintragen. Mit Hilfe der im gesamtwirtschaftlichen Modell und aus der Teilmarktanalyse gewonnenen Vorschauergebnisse läßt sich mit ausreichender Genauigkeit feststellen, ob sich dieser Vergangenheitswert voraussichtlich ändert und welches Ausmaß diese Änderung gegebenenfalls besitzt. Nach Maßgabe dieser Untersuchung wird der bei Absatz der Basismenge voraussichtlich erzielbare Preis als neuer Ordinatenwert in das Koordinatensystem eingesetzt. Nach der-

selben Methode läßt sich für den Basispreis der voraussichtlich realisierbare Mengenwert ermitteln, der als neuer Abszissenwert der Basispreisordinate in das Koordinatensystem eingetragen wird (vgl. Abbildung 1).

Die Absatzmenge kann zum Basispreis bis zur Menge x_1 erweitert werden, und bei Realisierung der Basismenge läßt sich der Preis bis y_1 erhöhen. In diesem Falle repräsentiert die Menge x_1 die im Mengenplan ermittelte Maximalgrenze, und das Intervall zwischen dem Abszissennullpunkt und x_1 den Entscheidungsbereich des Unternehmens auf dem betreffenden Teilmarkt. Nunmehr ist festzustellen, bis zu welchem zwischen den Mengen x_0 und x_1 liegenden Mengenwert der Preis y_1 aufrechterhalten und bei welchem Mengenwert zwischen x_0 und dem Abszissennullpunkt der Preis über y_1 hinaus erhöht werden kann. Diese Mengenwerte lassen sich aufgrund einer Analyse der preisbeeinflussenden Bezugsgrößen des ökonomischen Modells und der Teilmärkte schätzen. In jedem Falle sollten aber diese Schätzwerte durch Direktbefragungen des Verkaufspersonals und durch repräsentative Käuferbefragungen auf den Teilmärkten überprüft und gegebenenfalls revidiert werden.

Diese Methode läßt sich auf alle Marktkonstellationen anwenden, die sich von dem angeführten Beispiel aufgrund differierender Nachfrageelastizitäten unterscheiden. Zum Beispiel läßt sich das Verfahren der Ermittlung preiskonstanter Mengenintervalle auf den Fall übertragen, daß sich der Basispreis nur bei Verringerung der Absatzmenge und die Basismenge nur bei Senkung des Preises realisieren läßt. Ebenso gilt es für die Grenzfälle, in denen entweder keine Mengenänderungen durch Preisänderungen oder keine Preisänderungen durch Mengenänderungen erzielt werden können.

Die Preis-Absatz-Funktionen der verschiedenen regionalen Teilmärkte einer originären Produktart sind im allgemeinen nicht kongruent. Das heißt, daß die Mengenintervalle, in denen die verschiedenen Preisniveaus realisiert werden können, von einem Teilmarkt zum anderen verschieden groß sind und daß die Mengenuntergrenzen und die Mengenobergrenzen eines bestimmten Preisniveaus in den verschiedenen Preis-Absatz-Funktionen auf verschiedenen Abszissenwerten liegen.

Man kann die einschränkenden Marktbedingungen der Zielgleichung zum einen in der Weise bestimmen, daß man jeweils die maximalen und die minimalen Mengenwerte der in verschiedenen Funktionen auftretenden gleich hohen Preisniveaus addiert, zum anderen in der Weise, daß man die originären Produktarten nach ihren Teilmärkten in derivative Produktarten aufspaltet und die Mengengrenzen der einzelnen Teilmärkte als Nebenbedingungen setzt. Im

x_0 : Basismenge
 x_1 : Planmenge beim
 Basispreis
 y_0 : Basispreis
 y_1 : Planerlös bei der
 Basismenge

Erlöse

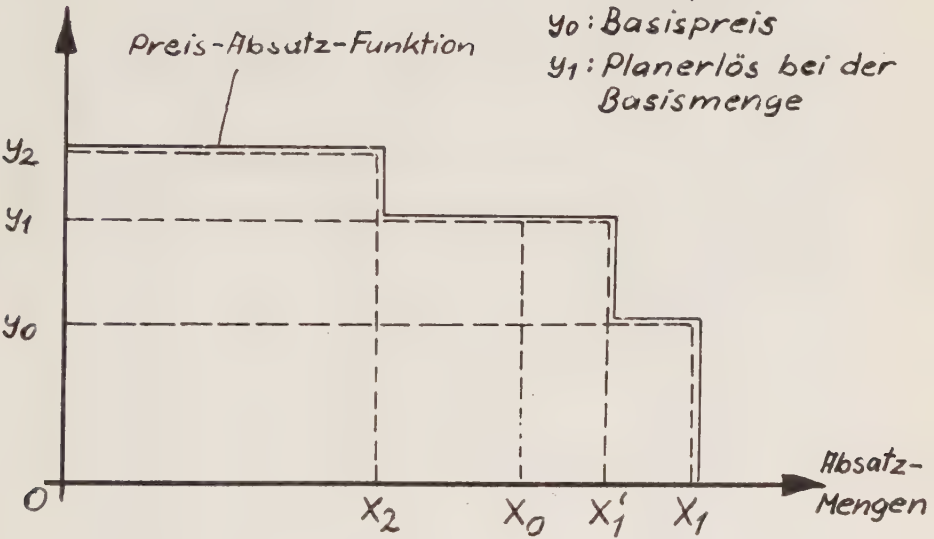


Abb. 1

folgenden wird unterstellt, daß die Anpassung des linearen Programms an Preisänderungen nach dem in Abschnitt 2122 beschriebenen Iterationsverfahren vollzogen wird. Daher kann auf die weitere Darstellung der Mengenuntergrenzen verzichtet werden, soweit sie nicht der numerischen Darstellung der Preis-Absatz-Funktion dienen.

Im folgenden sollen die Möglichkeiten der Bestimmung einschränkender Marktbedingungen an einem Beispiel dargestellt werden. In diesem Beispiel werden folgende Annahmen gemacht: Die originäre Produktart x_1 wird auf drei verschiedenen Teilmärkten verkauft, Preisänderungen, die geringer als 5,- DM sind, haben keine spürbare Wirkung auf die Absatzmenge, und auf allen Teilmärkten reagiert die Nachfrage unmittelbar auf Preisänderungen, sobald bestimmte Schwellenwerte überschritten werden. Die Preis-Absatzfunktionen auf den Teilmärkten haben folgenden Verlauf:

Preis-niveau in DM	Mengen-grenzen	Teil-markt I	Teil-markt II	Teil-markt III	Gesamtmarkt (Summe der Mengen-Unter- und Obergrenzen)
40.-	untere	100	200	150	450
	obere	250	350	300	900
35.-	untere	250	350	300	900
	obere	400	600	450	1.450
30.-	untere	400	600	450	1.450
	obere	650	900	700	2.250
25.-	untere	650	900	700	2.250
	obere	800	1.100	850	2.750
20.-	untere	800	1.100	850	2.750
	obere	900	1.300	1.000	3.200

Die Summenwerte der oberen und der unteren Mengengrenzen charakterisieren eine summarische Preis-Absatz-Funktion, die den Gesamtmarkt der betreffenden originären Produktart kennzeichnet. Die Teilmarktfunktionen dienen zunächst lediglich der Ermittlung dieser Gesamtfunktion. Unter der Bedingung, daß die Produktion bei gegebenem Preis nicht von der Kapazität des Fertigungsbereiches, sondern vom Absatzbereich her begrenzt wird, schränken nämlich nicht die Mengenobergrenzen der Teilmarktfunktionen,

sondern nur die Maximalwerte der summarischen Preis-Absatz-Funktion die Gültigkeit der Zielfunktion ein.

Die Obergrenzen der Teilmarktfunktionen bilden dagegen in jenen Fällen echte Nebenbedingungen der Produktion, in denen die Herstellungsmengen der betreffenden Produktart vom Engpaßfaktor des Fertigungsbereiches begrenzt werden, so daß der durch die Marktgrenze bei gegebenem Preis gezogene Mengenspielraum nicht ausgenutzt werden kann. Dann ist es nämlich möglich, daß die Produktionsmengen durch Dispositionen der Geschäftsleitung in der Weise auf die verschiedenen Teilmärkte verteilt werden, daß auf bestimmten oder auf allen Teilmärkten die Mengengrenzen höherer Preisniveaus voll ausgenutzt werden. Als Beispiel soll unterstellt werden, daß ein Simplex-Tableau durchzurechnen ist, in dessen Zielgleichung die Produktart x_1 mit dem durchschnittlich auf allen Teilmärkten erwarteten Stückerlös 30.- DM angesetzt wird. Unter den Bedingungen des oben angeführten Zahlenbeispiels wäre die entsprechende einschränkende Marktbedingung 2.300 Produkteinheiten, die wie folgt zu formulieren ist:

$$x_1 \leq 2.300.$$

Weiterhin soll unterstellt werden, daß nach Durchrechnung dieses Simplex-Tableaus in der Optimallösung für x_1 der Wert 1.700 Mengeneinheiten ausgewiesen wird. In diesem Falle wird die Herstellungsmenge des Gutes x_1 von den Nebenbedingungen des Fertigungsbereiches begrenzt, und es bleibt zu untersuchen, wie diese Menge auf die einzelnen Teilmärkte zu verteilen ist. Zu diesem Zweck sind im angeführten Modell die Mengengrenzen aller Teilmärkte mit den ihnen jeweils zugeordneten Preisen zu multiplizieren. Hierdurch ergibt sich folgendes Schema:

Preis	Teilmarkt I	Teilmarkt II	Teilmarkt III	Gesamterlös	Gesamt mengen
40	10.000	14.000	12.000	36.000	900
35	14.000	21.000	15.750	50.750	1.450
30	21.000	27.000	21.000	67.500	2.250

Die Gesamterlöse der übrigen Preisniveaus können außerhalb der Betrachtung bleiben, da bei ihnen die Durchschnittserlöse in jedem Falle kleiner als 30.- DM sind. Der maximale realisierbare Durchschnittserlös liegt aber in jedem Falle über 30.- DM. Da die effektive Mengengrenze von 1.700 Mengeneinheiten zwischen den Gesamtmengen der Preisniveaus von 35.- und von 30.-

DM liegt, läßt sich der maximale Erlös nur durch Differenzierung der Preise zwischen 30.- und 35.- erzielen. Auf jedem Teilmarkt kann jeweils nur zu einem einzigen Preis angeboten werden. Um den höchstmöglichen Durchschnittserlös zu erzielen, bietet man daher auf denjenigen Teilmärkten, auf denen zum Preise von 35.- DM die größten Mengen abgesetzt werden können, zu diesem Preise an. Auf dem Teilmarkt, auf dem zu 35.- DM die wenigsten Mengen verkauft werden können, fordert man den niedrigeren Preis von 30.- DM. Danach ergibt sich folgende gewinnmaximale Preisdifferenzierung:

Teilmarkt I		Teilmarkt II		Teilmarkt III		Menge	Gesamterlös der
Menge	Preis	Menge	Preis	Menge	Preis	insges.	Produktart
700	30	600	35	450	35	1.750	57.750

Die dargestellte Verteilung ist aufgrund der angenommenen Proportionalität der variablen Kosten zugleich auch die gewinnmaximale. Ihre Bedingungen entsprechen jedoch nicht mehr den Ausgangsbedingungen des durchgerechneten Simplex-Tableaus, da die originäre Produktart x_1 nunmehr preisdifferenziert ist. Aus diesem Grunde ist ein neues Gleichungssystem aufzustellen, in dem die originäre Produktart durch ihre derivativen ersetzt wird (190). Die auf den Teilmärkten II und III abzusetzenden Produktmengen bilden zum Beispiel die derivative Produktart x_{11} , in deren Zielgleichungskoeffizient als Erlösponente der Wert 35 DM enthalten ist, während die Produktmengen, die auf dem Teilmarkt I abgesetzt werden sollen, als Produktart x_{12} bezeichnet werden können. Ihre Erlösponente wäre der Stückerlös 30 DM. Diese derivativen Produktarten sind nunmehr in einen neuen Gleichungsansatz aufzunehmen, in dem die einschränkende Marktbedingung der derivativen Produktart x_{11} gleich der beim Preis 35 maximalen Produktmengensumme der Teilmärkte I und II ($700 + 600 = 1.300$) und die einschränkende Marktbedingung der Produktart x_{12} gleich der beim Preis 30 maximalen Produktmenge des Teilmarktes III (700) ist.

Da die Produktionsbedingungen für die Produktarten x_{11} und x_{12} dieselben sind, die Produktart x_{11} aber aufgrund des höheren Stückerlöses einen höheren Brutto-Stückgewinn aufweist, werden unter sonst gleichen Bedingungen in der neuen Optimallösung die für x_{11} ausgewiesenen Mengenwerte mit den Maximalwerten ihrer einschränkenden Marktbedingung übereinstimmen. Das-

(190) Vgl. hierzu die Ausführungen im Abschnitt 2123.

selbe gilt für x_{12} , wenn der nach Maßgabe der ersten Optimallösung erwartete Mengenwert mit dem Maximalwert der einschränkenden Marktbedingung dieser Produktart übereinstimmt. Liegt diese Übereinstimmung dagegen nicht vor, ist der in der neuen Optimallösung ausgewiesene Mengenwert für x_{12} kleiner als die einschränkende Marktbedingung.

Zusammenfassend kann also festgestellt werden, daß es stets zweckmäßig ist, bei der Ermittlung und Aufzeichnung der Marktdaten jede originäre Produktart nach ihren Teilmärkten in derivative Produktarten aufzuspalten. Für diese sind die oberen und unteren Mengengrenzen der verschiedenen Preisniveaus gesondert zu ermitteln und festzuhalten. Sofern die betreffende originäre Produktart nicht von vornherein im Preis differenziert werden soll, sind jedoch die bei dem erwarteten Preisniveau auftretenden Mengengrenzen der einzelnen Teilmärkte zu addieren. Die Summe dieser Werte bestimmt dann die einschränkende Marktbedingung der betreffenden originären Produktart. In dem zunächst aufzustellenden Gleichungssystem wird diese Produktart nur durch eine einzige unabhängige Variable repräsentiert. Erweist es sich jedoch nach Maßgabe der Optimallösung des Simplex-Tableaus als zweckmäßig, die Preise der originären Produktart zu differenzieren, ist ein neues Gleichungssystem aufzustellen, in dem die originäre Produktart nach dem oben beschriebenen Auswahlverfahren in entsprechende derivative Produktarten aufzuspalten ist.

Zur abrechnungstechnischen Durchführung der Erlösplanung werden auf der Grundlage der für die einzelnen Teilmärkte geplanten Bruttoerlöse nunmehr die Listenpreise und die Nettoerlöse für alle Produktarten, auch die derivativen, geplant. Sie werden je Kosten- und Leistungsträger auf Erlöskarten vorge-
locht, die durch Doppeln der Träger-Stammkartei gewonnen werden. Auf weiteren Matrizkarten lassen sich die Erlösschmälerungen und die erlösabhängigen Kosten ebenfalls durch Vorlochen erfassen, so daß sich die Nettoerlöse als Differenzen durch Rechenlochen in einen dritten Erlöskartentyp ergeben. Für jede derivative Produktart sind also besondere Erlöskarten vorhanden. Diese werden jedoch zunächst noch nicht in die Träger-Stammkartei aufgenommen. Ihre Preise und die Summen der Mengengrenzen werden zunächst in Erlöskarten ihrer jeweiligen originären Produktarten zur Aufstellung des ersten Simplex-Tableaus übernommen. Gegebenenfalls werden diese in einem späteren Rechen-
gang aus der Trägerkartei aussortiert und durch die Erlöskarten der derivativen Produktarten ersetzt.

325 Das Koeffizientenschema

Die Ausführungen in den vorangegangenen Abschnitten lassen erkennen, daß die Anwendung der Verfahren linearer Programmierung in der Praxis dann möglich ist, wenn das betreffende Unternehmen über eine Planungsrechnung in der Art der beschriebenen Grenzplankostenrechnung und Planerlösrechnung verfügt. Die in dieser Planungsrechnung entwickelten Daten müssen jedoch in einer für die Aufstellung des linearen Gleichungssystems geeigneten Form zusammengestellt werden. Eine solche Zusammenstellung der benötigten Daten zum Gleichungssystem, in einer Form, die es gestattet, die Gleichungen unmittelbar in einen Computer einzulesen, wird im folgenden als Koeffizientenschema bezeichnet. Es umfaßt im einzelnen die numerischen Werte der in der Zielgleichung und in den einschränkenden Bedingungen enthaltenen Koeffizienten der Variablen, die Symbole der Variablen selbst sowie die Bezeichnungen und die Konstantenwerte der Nebenbedingungen.

Wie aus den vorangegangenen Abschnitten weiterhin zu entnehmen ist, muß das stationäre lineare Programm an die funktionalen Veränderungen, die in der Realität des Wirtschaftslebens auftreten, durch Wiederholungen der Simplex-Rechnung mit jeweils spezifischen veränderten Eingabedaten angepaßt werden. Dies setzt voraus, daß die jeweils zu ersetzenden Daten aus den zu verändernden Gleichungssystemen schnell und sicher aussortiert und ebenso schnell und sicher durch die entsprechenden neuen Daten ersetzt werden können. Die Abrechnungstechnik ist daher im Hinblick auf minimale Zugriffszeiten, auf hohe Speicherkapazität und auf maximale Teilbarkeit des Eingabemediums zu wählen. Unter diesen Gesichtspunkten erscheint die Lochkarte als das optimale abrechnungstechnische Hilfsmittel. Sie besitzt gegenüber den mit ihr konkurrierenden Magnetbändern und Lochstreifen den Vorzug der größeren Teilbarkeit der Informationen.

Damit das Koeffizientenschema möglichst übersichtlich dargestellt werden kann, sollen im folgenden einige vereinfachende Annahmen gemacht werden. Als erstes wird unterstellt, daß das lineare Gleichungssystem ausschließlich nach dem im Abschnitt 2122 gezeigten Iterationsverfahren an die von der Absatzmenge funktional abhängigen Preise angepaßt wird. Zweitens wird angenommen, daß alle Kosten mit Ausnahme der erlösabhängigen Kosten über die Stellen abgerechnet werden.

Die Stellen-Stammkartei und die Trägerstammkartei sind die Eckpfeiler des Koeffizientenschemas. Die Stellen-Stammkartei besteht aus Stellenkarten und Kostenartenkarten; und zwar wird von jeder in der einzelnen Stelle an-

fallenden Kostenart eine Karte angelegt. Diese Karten werden jeweils hinter die Stellenkarten derjenigen Stellen in die Kartei einsortiert, in denen die betreffende Kostenart abgerechnet wird. Fällt zum Beispiel die Kostenart A in 20 Stellen an, wird jeweils eine Kostenartenkarte hinter die Stellenkarte jeder dieser 20 Stellen sortiert. Die Stellenkartei läßt sich nach diesem Prinzip in folgendem Schema darstellen:

<u>Stellenkarte</u>	<u>Stelle 1111</u>
Kostenartenkarte	der Kostenart 1867
Kostenartenkarte	der Kostenart 2220
Kostenartenkarte	der Kostenart 3006
Kostenartenkarte	der Kostenart 7422
Kostenartenkarte	der Kostenart 8210

<u>Stellenkarte</u>	<u>Stelle 1112</u>
Kostenartenkarte	der Kostenart 1867
Kostenartenkarte	der Kostenart 1883
Kostenartenkarte	der Kostenart 2220
Kostenartenkarte	der Kostenart 8210
Kostenartenkarte	der Kostenart 9312

<u>Stellenkarte</u>	<u>Stelle 1200</u>
Kostenartenkarte	der Kostenart 1867
Kostenartenkarte	der Kostenart 2132
Kostenartenkarte	der Kostenart 2220

Da die fixen Kosten nicht in das Gleichungssystem eingehen, müssen sie vor Aufstellung des Koeffizientenschemas aussortiert werden. Dies setzt voraus, daß jede Kostenartenkarte ein Symbol enthält, das sie entweder als fixe oder als variable Kostenart ausweist. Als variable Kosten gelten jene Kostenarten, in deren Kostenfunktion die Stellenleistung als Bezugsgröße erscheint. Fixe Kosten sind dagegen solche Kostenarten, in deren Kostenfunktion ausschließlich andere Bezugsgrößen als die Stellenleistung auftreten. Andere Kostentypen als fixe und variable Kosten können nicht auftreten, da die semivariablen Kosten bereits in ihre fixen und variablen Bestandteile zerlegt sind und die intervallfixen Kosten entweder der Gruppe der fixen oder der Gruppe der variablen Kosten zugerechnet werden.

Die Kostenartenkarten der Stellenkartei enthalten die Kostenbeträge der Sollkosten II (im folgenden kurz "Sollkosten" genannt) je Kostenart und Stelle.

Weitere Kostenartenkarten, auf denen man später die Beträge der SollkostenI bzw. der Istkosten locht, werden zunächst nicht in die Stellenkartei einsortiert. Sie dienen der Durchführung des Soll-Ist-Vergleichs.

Die Sollkostenbeträge der variablen Kostenarten können zunächst nur je Leistungseinheit der Stelle eingelocht werden, da sich die für den Planungszeitraum geltende Zahl der Leistungseinheiten erst aus der Optimallösung ergibt. Die Leistungseinheit ist mit der Kapazitätseinheit der Stelle identisch.

Grundsätzlich kann die Stellenkapazität in verschiedenen Einheiten gemessen werden, nämlich in Mengeneinheiten eines Zwischenproduktes, in Mengeneinheiten eines Endproduktes oder Einsatzeinheiten des entscheidenden Faktors, zum Beispiel Maschinenstunden. In allen jenen Fällen, in denen die Stellen verschiedene Endprodukte oder verschiedene Zwischenprodukte bearbeiten, ist es stets zweckmäßig, die Kapazität in Einsatz-(Zeit)-Einheiten zu messen. Da die lineare Programmierung gerade in diesen letzteren Fällen angewandt wird, soll im folgenden angenommen werden, daß die Kapazitäten aller Stellen in Zeiteinheiten gemessen werden. Die Leistungseinheit ist also die Minute, die Stunde oder der Arbeitstag.

Die variablen Sollkosten je Stellenleistungseinheit können abrechnungstechnisch auf verschiedenen Wegen ermittelt werden. Die erste Möglichkeit besteht darin, daß man die Kostenfunktionen als Vorprogramm in den Computer gibt und die Bezugsgrößenwerte auf Zahlenstreifen einliest. Die Sollkostenbeträge werden dann vom Computer errechnet und gleichzeitig in die Kostenartenkarten der Stellenkartei eingelocht. Die zweite Möglichkeit besteht darin, daß man zusätzlich zu jeder Kostenartenkarte eine Funktionskarte anfertigt, welche die Kostenfunktion der betreffenden Kostenart enthält. Die Rechenzeichen werden als Symbole eingelocht, die die Rechenbefehle an den Computer oder an den Rechenlocher geben. Außerdem braucht man dann für jede Funktionskarte eine zusätzliche Datenkarte, die die Bezugsgrößenwerte des betreffenden Planungszeitraumes enthält. Beide Kartentypen werden dann parallel laufend in die Recheneinheit eingelesen. Diese errechnet die Sollkostenbeträge und leitet sie an die Ausgabeinheit weiter, die ihrerseits die Beträge tabelliert und sie über einen angeschlossenen Kartendoppler in die ebenfalls parallel laufenden Kostenartenkarten stanzt. Dieser Vorgang läßt sich in dem Schema auf Abbildung 2 darstellen.

Damit alle Kostenartenkarten der Stellenkartei auch für den später durchzuführenden Soll-Ist-Vergleich verwendet werden können, ist auch auf den Karten der fixen Kostenarten ein Feld für die Aufnahme der Sollbeschäftigungs-

sätze je Leistungseinheit (Kapazitätseinheit) freizuhalten. Die Feldeinteilungen aller Kostenartenkarten sind daher gleich, unabhängig davon, ob es sich um eine fixe oder eine variable Kostenart handelt. Sie unterscheiden sich lediglich in ihren spezifischen Schlüsselsymbolen. Die Kostenartenkarten sollen im folgenden als Kartentyp A bezeichnet werden. Sie besitzen folgende Feldeinteilung:

Kartentyp A (Kostenartenkarte der Stellenkartei)

Feldbezeichnung	Zahl der Felder	Spalten Nr.
Kartentyp (Symbol)	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
Schlüsselsymbol (variabel oder fix)	2	6 - 7
Stellennummer	6	8 - 13
Kostenartennummer	6	14 - 19
frei	16	20 - 35
Sollkosten je Leistungseinheit	8	36 - 43
frei	37	44 - 80

Im nächsten Schritt zum Aufbau des Koeffizientenschemas werden die Sollkosten je Leistungseinheit von den Kostenartenkarten auf die entsprechenden Stellenkarten übertragen, indem die Kostenartenkarten - getrennt nach fixen und variablen Kosten - in den Summenlocher gegeben werden, der die Beträge der Sollkosten je Leistungseinheit kostenstellenweise addiert und in die für die Summen vorgesehenen Felder der Stellenkarten locht. Für die Summen der fixen und der variablen Kosten sind auf den Stellenkarten getrennte Felder vorgesehen. Im einzelnen besitzen die Stellenkarten (Kartentyp B) folgende Feldeinteilung:

Kartentyp B (Stellenkarten)

Feldbezeichnung	Zahl der Felder	Spalten Nr.
Kartentyp (Symbol)	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	2	6 - 7
Stellennummer	6	8 - 13
frei	22	14 - 35
Variable Kosten		
Sollkosten je Leistungseinheit	6	36 - 41

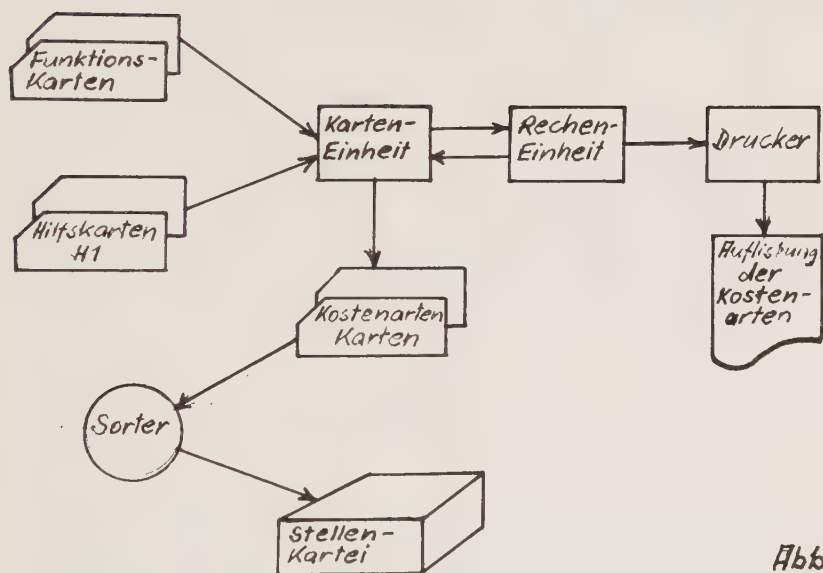


Abb. 2

(Feldbez.)	(Zahl d. F.)	(Sp. Nr.)
Fixe Kosten (nicht für lin. Progr.)		
Sollkosten je Leistungseinheit	6	42 - 48
frei	32	49 - 80

Für den Soll-Ist-Vergleich werden die Kostenartenkarten - wieder nach fixen und variablen Kosten getrennt - mit Hilfskarten oder Lochstreifen, die die Zahl der von den Stellen im Planungszeitraum erzeugten Leistungseinheiten enthalten, gemischt und in den Rechenlocher eingegeben. Dieser errechnet die entsprechenden Plankostenbeträge kostenstellenweise. Derselbe Vorgang wird zur Kontrolle mit den Stellenkarten wiederholt.

Jede Stellenkarte enthält nunmehr die für den weiteren Aufbau des Koeffizientenschemas relevante Sollkostensumme der variablen Kostenarten je Leistungseinheit. Sie nimmt gleichzeitig die für die Abrechnung der Plankosten benötigte Summe der fixen Sollkostensätze je Leistungseinheit der Stelle auf. Im nächsten Schritt sind die Stellenkosten je Leistungseinheit nach variablen und fixen Kosten getrennt auf die Trägereinheiten zu übertragen. Damit dieser Vorgang abrechnungstechnisch in anschaulicher Weise dargestellt werden kann, muß jedoch zuvor die Trägerkartei beschrieben werden.

Die Trägerkartei besteht aus den Trägerstammkarten. Sie enthalten die Bruttostückgewinne der Träger. Diese Karten werden aus drei weiteren Karteien entwickelt, und zwar aus der Träger-Erlöskartei, der Träger-Kostenkartei und der Träger-Stellenkartei.

Die Entwicklung der Trägerkartei geht von der Erlöskartei aus. Zunächst legt man für jede originäre Produktart eine Erlöskarte an und kennzeichnet sie durch die Trägernummer dieser Produktart. Dann werden die originären Produktarten nach Teilmärkten in derivative aufgespalten. Dieser Typ derivativer Produktarten soll mit dem Symbol D_2 bezeichnet werden. Es hat für das Koeffizientenschema nur gliederungstechnische Bedeutung und dient lediglich der Kennzeichnung der Teilmärkte. Die Produktarten D_2 werden nämlich nach Maßgabe der Preissprünge in weitere derivative Produktarten unterteilt, die auf dem betreffenden Teilmarkt auftreten. Sie werden im folgenden mit dem Symbol D_1 belegt. Für diese Produktarten legt man spezifische Erlöskarten an, die erstens durch das Schlüsselsymbol D_1 , zweitens durch die Trägernummer der originären Produktart, zu der sie gehören, drittens durch die den betreffenden Teilmarkt charakterisierende Zusatznummer und viertens durch ihre eigenen spezifischen Zusatznummern gekennzeichnet sind (vgl.

die Feldeinteilung der Erlöskarte des Typs D_1). Diese Erlöskarten enthalten den Brutto-Stückerlös jeweils einer Preisstufe der Preis-Absatz-Funktion des betreffenden Teilmarktes sowie die Mengenobergrenzen dieser Preisstufe. Die Mengenobergrenzen aller Teilmärkte einer originären Produktart werden - sofern nicht a priori Preisdifferenzierungen geplant sind - je Preisstufe im Summenlocher aufaddiert. Dieser locht die Summen in die für jede Preisstufe getrennt angelegten Erlöskarten O_1 der originären Produktart. Diese Erlöskarten kennzeichnen also die verschiedenen Preisstufen des Gesamtmarktes einer originären Produktart. Sofern im Entscheidungsbereich einer originären Produktart Preissprünge auftreten, wird für die erste Durchrechnung des Simplex-Tableaus diejenige O_1 -Karte ausgewählt, deren Preis nach sorgfältigen Schätzungen auf allen Teilmärkten durchschnittlich dem erwarteten Wert entspricht. Diese Karte wird dann als Erlöskarte in die Trägerkartei übernommen. Erweist es sich zum Zweck einer späteren Iteration als notwendig, die originäre Produktart preisdifferenziert in das Gleichungssystem aufzunehmen, wird die betreffende O_1 -Karte aussortiert und durch die Erlöskarten D_1 ersetzt. An die Stelle der einen originären Produktart treten dann n derivative.

Die Erlöskarten besitzen folgende Feldeinteilungen:

Kartentyp D_1

Feldbezeichnung	Zahl der Spalten	Spalten Nr.
Kartentyp	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	9	6 - 14
Trägernummer		
originäre	6	15 - 20
derivative D_2 (Teilmarkt)	3	21 - 23
derivative D_1 (Preisstufe)	3	24 - 26
frei für weitere Zusatznummern	9	27 - 35
Bruttostückerlös	8	36 - 43
Mengenobergrenze	12	44 - 55
Nettostückerlös	8	56 - 63
frei	17	64 - 80

Kartentyp 0₁

Feldbezeichnung	Zahl der Spalten	Spalten Nr.
Kartentyp	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	9	6 - 14
Trägernummer		
originäre	6	15 - 20
frei	3	21 - 23
derivative D ₁ (für Preisstufe)	3	24 - 26
frei für weitere Zusatznummern	9	27 - 35
Bruttostückerlös	8	36 - 43
Summe der Mengengrenzen		
aller Teilmärkte bei gegebener Preisstufe	20	44 - 64
Nettostückerlös	8	65 - 72
frei	8	73 - 80

Das Prinzip der Erlöskartenentwicklung wird für eine hypothetische Produktart 04 in dem Schema in Abbildung 3 gezeigt.

Im folgenden soll zur Vereinfachung angenommen werden, daß alle erlösabhängigen Kosten erlösproportional sind. Dieser Fall wäre zum Beispiel dann gegeben, wenn jede derivative Produktart nur im Einzelhandel oder nur im Großhandel abgesetzt und entweder nur auf dem Inlandsmarkt verkauft oder ausschließlich exportiert würde. Dann würde die Umsatzsteuer jeweils einen bestimmten Prozentsatz vom Bruttoerlös der einzelnen Produktart betragen. Weiterhin soll unterstellt werden, daß bei jeder Produktart Provisionen in Höhe eines bestimmten Prozentsatzes vom Bruttoerlös anfallen. Unter diesen Bedingungen genügt es, die entsprechenden Multiplikatoren für jede Produktart in Hilfskarten zu lochen und diese mit den Erlöskarten parallel laufend in den Tabulator zu geben, der die Bruttoerlöse mit diesen Faktoren multipliziert und die (mathematischen) Produkte als Nettoerlöse in die dafür vorgesehenen Felder der Erlöskarten locht.

Zur Darstellung der Kostenkomponente des Träger-Bruttostückgewinns müssen zunächst die Stellenkarten der Trägerkartei besprochen werden. Für jede Kosten- und Leistungsstelle, die bei der Herstellung eines bestimmten Trägers beansprucht wird, legt man eine Stellenkarte an, die neben ihrer Stellen-

nummer auch die Nummer des betreffenden Trägers führt. Als Trägernummer erscheint auf diesen Karten zunächst nur diejenige Nummer, die auf den Erlöskarten in den Spalten 15 - 20 als Nummer der betreffenden originären Produktart eingelocht ist. Zusatznummern erscheinen zunächst noch nicht. Allerdings werden die Spalten 21 - 35 der Träger-Stellenkarten für die Aufnahme von Zusatznummern freigehalten. Diese Stellenkarten werden zunächst nach Stellennummern sortiert. Sie nehmen die Sollkosten je Trägereinheit - getrennt nach fixen und variablen Kosten - auf, die bei der Herstellung einer Trägereinheit in den betreffenden Stellen anfallen. Man ermittelt sie, indem man die Stellenkosten je Leistungseinheit mit der Zahl der je Trägereinheit beanspruchten Stellenleistungseinheiten multipliziert. Zu diesem Zweck wird die Zahl der je Trägereinheit beanspruchten Stellenleistungseinheiten je Stelle und Träger in Hilfskarten gelocht, die man ebenfalls nach Stellennummern sortiert. Diese werden mit den Stellenkarten (Typ B) gemischt und in den Rechenlocher eingelesen. Dieser errechnet die variablen und die fixen Sollkosten der Stellen je Trägereinheit und locht sie wahlweise in die dafür vorgesehenen Felder der ebenfalls eingemischten Stellenkarten der Trägerkartei. Nach Ablauf dieses Vorganges werden die Stellenkarten der Trägerkartei nach Trägernummern sortiert. Anschließend gibt man diese Stellenkarten in den Summenlocher, der die in den Stellen anfallenden Sollkosten je Trägereinheit addiert und die Summen in die Träger-Kostenkarten stanzt. Dieser Vorgang läßt sich am besten an dem Schema in Abb.4 deutlich machen.

Die Feldeinteilungen der Kartentypen C, E und H₁ sind folgende:

Kartentyp C (Stellenkarten der Trägerkartei)

Feldbezeichnung	Zahl der Spalten	Spalten Nr.
Kartentyp	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	2	6 - 7
Stellennummer	6	8 - 13
frei	1	14
Trägernummer		
originäre	6	15 - 20
frei	3	21 - 23
frei	3	24 - 26
derivative D ₃ (alternative Fertigungsprozesse)	3	27 - 29
derivative D ₄ (verminderte Stellenbelegung)	3	30 - 32
frei für weitere Zusatznummern	3	33 - 35

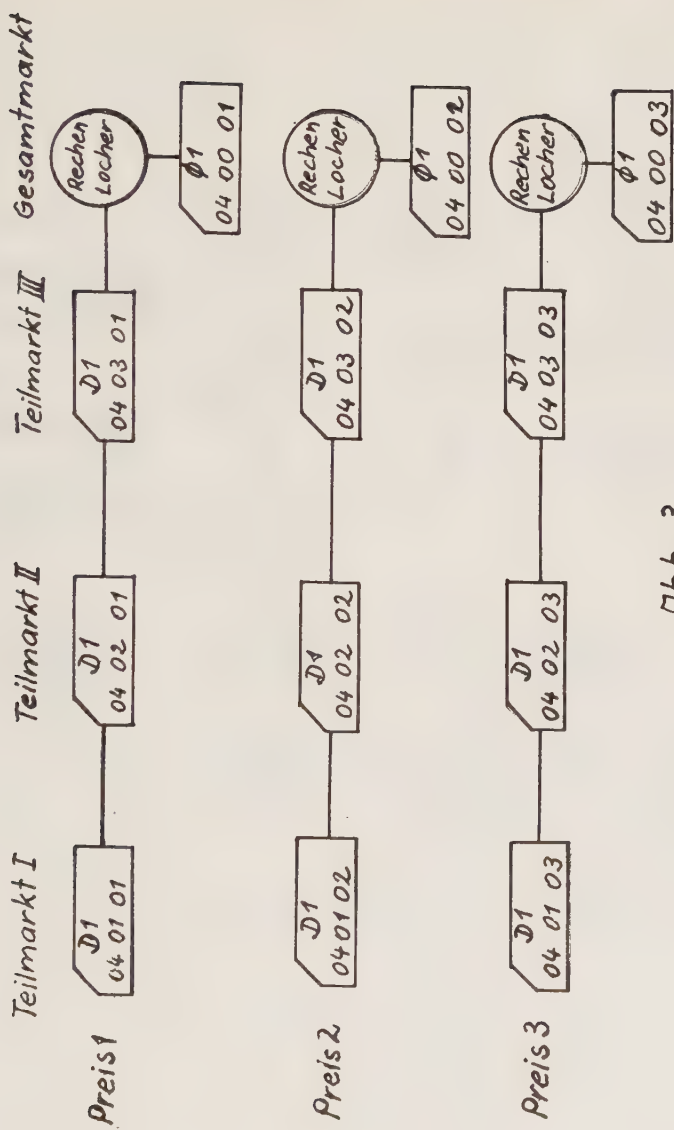


Abb. 3

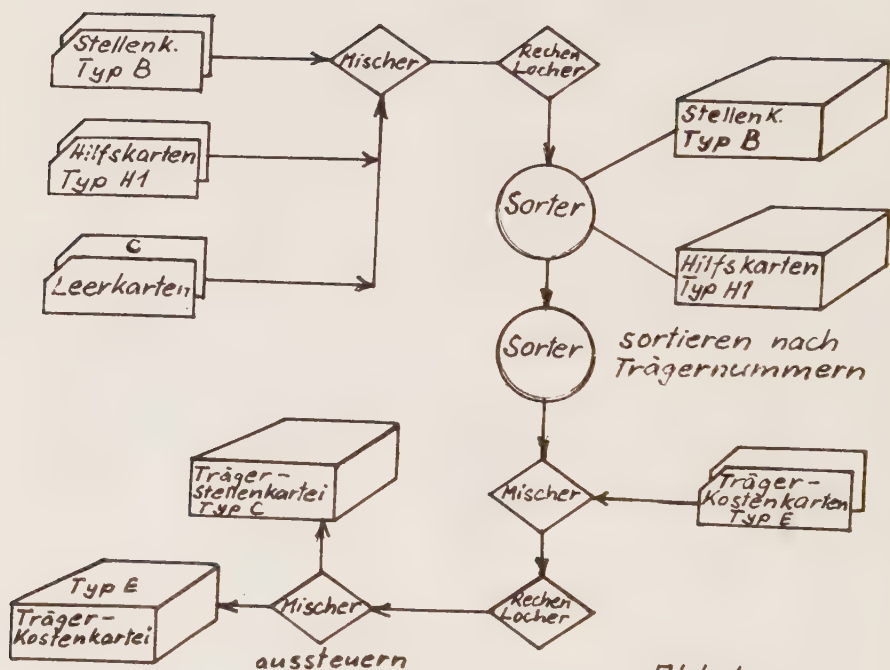


Abb. 4

(Feldbez.)	(Zahl d. Sp.)	(Sp. Nr.)
Sollkosten je Trägereinheit (der einzelnen Stelle)		
variabel	8	36 - 43
fix	8	44 - 51
frei	29	52 - 80

Kartentyp E (Träger-Kostenkarten)

Feldbezeichnung	Zahl der Spalten	Spalten Nr.
Kartentyp	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	9	6 - 14
Trägernummer		
originäre	6	15 - 20
derivative D_2 (Teilmarkt)	3	21 - 23
derivative D_1 (Preisstufe)	3	24 - 26
derivative D_3 (alternative Fertigungs- prozesse)	3	27 - 29
derivative D_4 (verminderte Stellen- belegung)	3	30 - 32
frei für weitere Zusatznummern	3	33 - 35
Sollkosten je Trägereinheit		
variabel	8	36 - 43
fix	8	44 - 51
frei	29	52 - 80

Kartentyp H_1 (Hilfskarten der Trägerkartei)

Feldbezeichnung	Zahl der Spalten	Spalten Nr.
Kartentyp	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	2	6 - 7
Stellennummer	6	8 - 13
frei	1	14
Trägernummer		
originäre	6	15 - 20
derivative D_2 (Teilmarkt)	3	21 - 23
derivative D_1 (Preisstufe)	3	24 - 26
derivative D_3 (alternative Fertigungsprozesse)	3	27 - 29
derivative D_4 (verminderte Stellenbelegung)	3	30 - 32
frei für weitere Zusatznummern	3	33 - 35
Stellenleistung je Trägereinheit		
variabel	8	36 - 43
fix	8	44 - 51
frei	29	52 - 80

Neben den Hilfskarten des Kartentyps H_1 wird ein zweiter Hilfskartentyp H_2 eingeführt. Diesen gewinnt man durch Doppeln der Stellenkarten (Kartentyp B). Er enthält als einzige Information die Kapazitäten der Kosten- und Leistungsstellen in Leistungseinheiten. Als Kapazität gilt die Summe der Leistungseinheiten, welche die betreffende Stelle im Planungszeitraum abgeben kann. Dabei ist unerheblich, ob die Kapazitätsgrenze durch die technische Leistungsfähigkeit der Stelle, durch Dispositionen der Geschäftsleitung wie zum Beispiel die Entscheidung, statt drei nur zwei Schichten zu fahren, oder durch gesetzliche Bestimmungen wie zum Beispiel das Verbot, Arbeiterinnen nachts arbeiten zu lassen, gesetzt wird. Mit der Zahl der im Planungszeitraum maximal zur Verfügung stehenden Leistungseinheiten enthalten die Hilfskarten des Typs H_2 die Konstantenwerte der einschränkenden Produktionsbedingungen und damit bereits ein Element des Koeffizientenschemas.

Die Hilfskarten des Typs H_2 besitzen folgende Feldeinteilung:

Kartentyp H₂ (Hilfskarten)

Feldbezeichnung	Zahl der Spalten	Spalten Nr.
Kartentyp	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	2	6 - 7
Stellennummer	6	8 - 13
frei	22	14 - 35
Stellenkapazität		
in Leistungseinheiten der Stelle	10	36 - 45
frei	35	44 - 80

In allen Karten der Trägerkartei sind die Spalten 14 - 35 einheitlich den Trägernummern vorbehalten. Dieses Spaltenintervall ist in 6 Felder aufgeteilt, von denen das erste (6 Spalten) - wie bereits besprochen - eine die originäre Produktart kennzeichnende Nummer aufnimmt. Die übrigen fünf Felder (je 3 Spalten) sind für Zusatznummern vorgesehen, die die derivativen Produktarten nach der Ursache kennzeichnen, die für die Aufspaltung der betreffenden originären Produktart im Einzelfalle maßgebend ist.

Nach welchen Gesichtspunkten die derivativen Produktarten D₂ und D₁ mit Zusatznummern versehen werden, wurde bereits besprochen. Eine Aufspaltung originärer Produktarten in derivative kann jedoch auch von den Bedingungen des Fertigungsbereiches erzwungen werden (191). Diejenigen derivativen Produktarten, die deshalb zu bilden sind, weil die Produktmengen der betreffenden originären Produktart in alternativen Fertigungsprozessen hergestellt werden, sollen im folgenden mit dem Symbol D₃ belegt werden. Ihre Zusatznummern locht man in die Spalten 27 - 29. Derivative Produktarten, die deshalb zu bilden sind, weil die Lagerbestände an bestimmten Zwischenprodukten vermindert werden sollen und eine bestimmte Zahl von Produkteinheiten der betreffenden originären Produktart aus diesem Grunde die Kapazitäten einzelner Stellen in vermindertem Umfang belasten, werden durch das Symbol D₄ gekennzeichnet. Ihre Zusatznummern erscheinen in den Spalten 30 - 32. Die Spalten 33 - 35 werden für die Fälle freigehalten, in denen derivative Produktarten näher gekennzeichnet werden müssen.

Die Symbole der verschiedenen derivativen Produktartentypen können nach

(191) Vgl. die Ausführungen in den Abschnitten 21312 und 21313.

Bedarf miteinander kombiniert werden, indem man ihre jeweiligen Zusatznummern miteinander kombiniert. Besitzt zum Beispiel die Erlöskarte einer D_1 -Produktart die Trägernummer

111111 111 111,

soll diese in weitere derivative Produktarten aufgespalten werden, weil man die in unterschiedlichen Fertigungsprozessen hergestellten Mengen der betreffenden originären Produktart auf dem Teilmarkt 111 zum Preis 111 (Symbol) absetzen will und sind die Zusatznummern dieser D_3 -Produktarten

001,

002 und

003,

entstehen weitere derivative Produktarten mit folgenden Symbolen:

111111 111 111 001 000

111111 111 111 002 000

111111 111 111 003 000

orig. D_2 D_1 D_3 D_4

Sollen nun diese D_3 -Produktarten außerdem auf dem Teilmarkt 121 zum Preise 222 (Symbol) abgesetzt werden, verdoppelt sich die Zahl der derivativen Produktarten. Die Erlöskarten der auf dem Teilmarkt 121 abgesetzten Produktarten erhalten dann folgende Trägernummern:

111111 121 222 001 000

111111 121 222 002 000

111111 121 222 003 000

orig. D_2 D_1 D_3 D_4

Im letzteren Falle hat sich die Zahl aller derivativen Produktarten erhöht. Will man alle Produktarten jedes Typs mit allen Produktarten aller anderen derivativen Typen kombinieren und bezeichnet man die Zahl der derivativen Produktarten von

D_2 mit n , von D_1 mit m , von D_3 mit k und von D_4 mit i ,

ist die Gesamtzahl aller derivativen Produktarten gleich

$$n \cdot m \cdot k \cdot i.$$

Die Zahl der Kostenkarten, die der Stellenkarten des Kartentyps C und die der Hilfskarten des Kartentyps H_1 entspricht stets genau der Zahl der Erlöskarten, und jeder auf einer Erlöskarte ausgewiesenen Trägernummer entspricht genau eine Trägernummer auf den Träger-Kostenkarten, den Stellenkarten der Trägerkartei (Kartentyp C) und den Hilfskarten des Kartentyps H_1 .

Von denjenigen derivativen Produktarten aller Typen, die nur innerhalb eines bestimmten Mengenintervalls produziert werden sollen, sind die Mengengrenzen dieser Intervalle festzuhalten, da sie zusätzlich zu den Kapazitätsgrenzen der Stellen einschränkende Bedingungen für die Gültigkeit der Zielfunktion darstellen. Diese Mengengrenzen sind für die derivativen Produktarten D_2 und D_1 - wie bereits beschrieben wurde - auf den Träger-Erlöskarten angegeben. Sie brauchen daher nicht noch einmal formuliert zu werden. Die Mengengrenzen der derivativen Produktarten D_3 und D_4 müssen dagegen auf besonderen Karten gelocht werden, die mit den Trägernummern der betreffenden derivativen Produktarten versehen sind. Diese Karten werden im folgenden als Hilfskarten des Kartentyps H_3 bezeichnet. Sie besitzen folgende Feldeinteilung:

Kartentyp H_3 (Hilfskarten)

Feldbezeichnung	Zahl der Spalten	Spalten Nr.
Kartentyp	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	9	6 - 14
Trägernummer	21	15 - 35
frei	10	36 - 45
Mengengrenze	10	46 - 55
frei	25	56 - 80

Nachdem die Bruttostückerlöse in die Träger-Erlöskarten und die Stückkosten je Trägereinheit in die Träger-Kostenkarten eingelocht sind, werden beide Kartentypen nach Trägernummern sortiert, mit den Trägerstammkarten gemischt und in den Rechenlocher eingegeben. Dieser ermittelt die Bruttostückgewinne, indem er die variablen Stückkosten je Trägereinheit von den Bruttostückerlösen subtrahiert. Gleichzeitig stanzt er diese Differenzen in die Trägerstammkarten. Diese werden als Kartentyp G bezeichnet. Sie besitzen folgende Feldeinteilung:

Kartentyp G (Trägerstammkarten)

Feldbezeichnung	Zahl der Spalten	Spalten Nr.
Kartentyp	2	1 - 2
Planungszeitraum	3	3 - 5
frei	9	6 - 14
Trägernummer	21	15 - 35
frei	10	36 - 45
Bruttostückgewinn	10	46 - 55
frei	25	56 - 80

Die Trägerstammkarten enthalten alle für die Aufstellung der Zielgleichung benötigten Daten und können daher als Zielgleichungselement des Koeffizientenschemas bezeichnet werden. Die Trägernummern kennzeichnen die unabhängigen Variablen der Zielgleichung, und die Bruttostückgewinne repräsentieren die Koeffizienten dieser Variablen.

Das Nebenbedingungelement wird dagegen aus mehreren Kartentypen abgeleitet. Die einschränkenden Bedingungen des Fertigungsbereichs lassen sich mit Hilfe der auf den Hilfskarten der Kartentypen H_1 und H_2 ausgewiesenen Daten formulieren. Zu diesem Zweck sortiert man beide Kartentypen nach Stellennummern und die Karten des Typs H_1 je Stellennummern nach Trägern. Die Trägernummern der H_1 -Karten bezeichnen wiederum die bereits in der Zielgleichung enthaltenen unabhängigen Variablen, die Stellenleistungen je Trägereinheit deren Koeffizienten. Die auf den H_2 -Karten angegebenen Stellennummern bezeichnen die einzelnen Nebenbedingungen, die Stellenkapazitäten deren Konstantenwerte. Nunmehr werden die H_1 -Karten in der Weise in die H_2 -Kartei eingemischt, daß erstere jeweils hinter denjenigen Trägerkarten stehen, die ihre Stellennummer tragen.

Hinter die auf diese Weise sortierte Kartei stellt man alle Erlöskarten, deren Werte in die Trägerstammkartei eingegangen sind, und alle Karten des Typs H_3 in beliebiger Reihenfolge. Diese Karten enthalten einschränkende Bedingungen, die die Herstellungsmengen bestimmter Träger auf bestimmte Mengenwerte begrenzen, die entweder vom Absatzmarkt her oder durch Dispositionen der Geschäftsleitung vorgegeben sind.

Mit dieser Maßnahme ist auch das Nebenbedingungelement des Koeffizientenschemas fertiggestellt. Letzteres besteht also aus folgenden Kartentypen, die in ihrer endgültigen Anordnung dargestellt werden sollen:

Zielgleichungselement

Trägerstammkarten (Typ G)

Trägernummern

Bruttostückgewinne

Nebenbedingungselement

Hilfskarten der Trägerkartei (Typ H₁)

Stellennummern

Trägernummern

Stellenleistungen je Trägereinheiten

Hilfskarten (Typ H₂)

Stellennummern

Stellenkapazitäten

Hilfskarten (Typ H₃)

Trägernummern

Mengenobergrenzen nach Maßgabe von Fertigungsdispositionen

Träger-Erlöskarten (Typen D₁ oder 1)

Trägernummern

Mengenobergrenzen der Absatzmärkte

Nunmehr ist der Elektronenrechner mit einem Computer-Programm zu laden. Dieses Programm enthält alle Instruktionen, die das Rechenggerät benötigt, um das Gleichungssystem nach der Simplex-Methode aufgrund der im Koeffizientenschema enthaltenen Daten zu lösen. Die in dieser Lösung enthaltenen Mengenwerte können dann als Werte der entsprechenden Bezugsgrößen in die Kostenfunktionen übernommen werden.

326 Die Ergebnisabweichung der Optimallösung

Die Optimallösung liefert sowohl die Herstellungsmengen als auch die Absatzmengen. Durch Multiplikation der für die einzelnen Variablen ermittelten Mengenwerte mit den Bruttostückgewinnen der betreffenden Träger gewinnt man die Deckungsbeiträge der Produktarten, aus deren Summe sich der Bruttogewinn des gesamten Unternehmens ergibt. Er stimmt mit dem Gewinnbeitrag, den die Optimallösung selbst ausweist, überein. Zieht man von ihm die gesamten fixen Kosten ab und berücksichtigt man die in den geplanten Bestandsänderungen an Halb- und Fertigfabrikaten enthaltenen fixen Kosten, erhält man das geplante Betriebsergebnis der Periode.

Zur Kontrolle kann man nun gegebenenfalls nach Ablauf der Planperiode ein zweites Gleichungssystem aufstellen, in dem alle geschätzten Werte durch die effektiven Werte der Periode ersetzt werden. Die in der Optimallösung dieses Gleichungssystems enthaltenen Mengenwerte charakterisieren dann eine quantitative Produktartenkombination, die unter den effektiv eingetretenen Bedingungen die optimale gewesen wäre. Aus dem Vergleich zwischen dem Bruttogewinnergebnis dieser und der ursprünglichen Optimallösung läßt sich dann eine Ergebnisabweichung ermitteln, deren Kenntnis für die in späteren Planungszeiträumen vorzunehmenden Schätzungen interessante Erfahrungswerte vermittelt.

4 Schlußbetrachtung

Die Darstellung des Koeffizientenschemas vermittelt eine Vorstellung vom Umfang der bei der Anwendung linearer Programmierungsverfahren auftretenden abrechnungstechnischen Aufgaben. Die Frage erscheint berechtigt, ob die Genauigkeit der Resultate dieser Rechnungen eine solche Komplizierung der ohnehin nicht einfachen betrieblichen Planungsrechnung rechtfertigt. Darauf läßt sich antworten, daß zunächst jedes Unternehmen überhaupt nur so genau planen kann, wie es seine abrechnungstechnischen Hilfsmittel erlauben. Die Entwicklung der kaufmännischen Verwaltungsorganisation zeigt aber einen Trend, der erwarten läßt, daß in absehbarer Zeit die Großbetriebe, vielleicht auch das eine oder andere mittlere Unternehmen einen Stand ihrer Abrechnungstechnik erreicht haben werden, der sie in die Lage versetzt, bei ihrer betrieblichen Planung die mathematischen Verfahren des Operations Research und darunter auch lineare Programmierungsmethoden anzuwenden. Der Genauigkeitsgrad dieser Rechnungen wird ebenso wie der anderer betrieblicher Rechnungen zwar den Idealwert nie erreichen. Ein unter den jeweils gegebenen Bedingungen optimaler Genauigkeitsgrad wird sich aber dann stets erreichen lassen, wenn das Rechnungswesen des Unternehmens mit der gebotenen Sorgfalt aufgebaut und gehandhabt wird. Dieser optimale Genauigkeitsgrad der Rechnung wird ausreichen, um dem Unternehmer eine der wichtigsten Informationen zu geben, die er für seine Entscheidungen braucht: die gewinnoptimale Kombination seiner Produktarten und das gewinnoptimale Investitionsobjekt.

Die mit Hilfe der linearen Programmierungsverfahren erzielten Planungsergebnisse werden aber stets jene Unternehmer enttäuschen, die von ihnen mehr erwarten, als sie zu bieten vermögen. Sie können und sollen kein Ersatz für die unternehmerische Entscheidung sein. Sie sind und bleiben nur Hilfsmittel zur Beschaffung wichtiger Informationen, die solchen Entscheidungen dienen.

SCHRIFTTUMSVERZEICHNIS

1. Abramson, Adolph G., Techniques of Forecasting, in: Abramson, Adolph G. u. a. (Hrsg.), Business Forecasting in Practice: Principles and Cases. New York 1956.
2. Agthe, Klaus, Stufenweise Fixkostendeckung im System des Direct Costing, in: Z.f.B. 1959, S. 404 ff.
3. Agthe, Klaus, Zur stufenweisen Fixkostendeckung, in: Z.f.B. 1959, S. 742 ff.
4. Albach, Horst, Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung, in: Z.f.h.F. 1960, S. 526 ff.
5. Alvarez, J. A., Some Pitfalls of Direct Costing, in: N. A. C. A. Bulletin, August 1952, S. 1489 ff.
6. Arrow, K. E., Historical Background, in: Arrow, K. E. - Karlin, S. - Scarf, H., Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production, Stanford 1958.
7. Beale, E. M. S., A Method of Solving Linear Programming Problems When Some but not all of the Variables Must Take Integral Values, Princeton University Press, Technical Report No. 19, July 1958.
8. Beckett, J. A., Direct Costing in Perspective, in: N. A. A. Bulletin, January 1955, Section One, S. 651 ff.
9. Beckmann, Martin J., Lineare Planungsrechnung - linear Programming, Ludwigshafen 1959.
10. Bellmann, R. E., Dynamic Programming, Princeton University Press 1957.
11. Blocker, John G. - Cost Accounting. New York - Toronto - Weltmer, W. Keith, London 1954.
12. Boulden, James B., Fitting the Sales Forecast to Your Firm, in: Business Horizons, Heft 1, 1958.
13. Böhm, Hans Hermann, Zur Deckung und Aktivierung fixer Kosten im System der Grenzplankostenrechnung, in: Z.f.B. 1955, S. 414 ff. und S. 494 ff.

14. Böhm, Hans Hermann, Nichtlineare Programmierung. Die kalkulatorische Steuerung erfolgsoptimaler Produktionsprogramme bei nichtlinearen Verkaufserträgen. Wiesbaden 1959.
15. Bratt, Elmer, Business Forecasting. New York - Toronto - London 1958.
16. Camman, E. A., Basic Standard Costs, New York 1932.
17. Charnes, A. -
Cooper, W. W., Management Models and Industrial Application of Linear Programming, in: Management Science 1957 (S.38).
18. Charnes, A. -
Cooper, W. W. -
Henderson, A., An Introduction to Linear Programming. 6th Printing, New York - London 1956.
19. Churchman-Ackoff-Arnoff u. a., Introduction to Operations Research. New York 1957.
20. Dantzig, G. B., Maximization of a linear Function Subject to Linear Inequalities, abgedruckt in: Koopmans, T.J., Activity Analysis of Production and Allocation, New York 1951.
21. Dantzig, George B., Recent Advances in Linear Programming, in: Management Science 1956, S.131 ff.
22. Dantzig, George B., Discrete - Variable Extremum Problems, in: Operations Research 1957, S.266 ff.
23. Dantzig, George B., On the Significance of Solving Linear Programming Problems with Some Integer Variables, in: Econometrica 1960, S.30 ff.
24. Dantzig, George B. -
Fulkerson, D. R. -
Johnson, S. M., On a Linear Programming, Combinatorial Approach to the Traveling Salesman Problem, in: Operations Research 1959, S.58 ff.
25. Dantzig, George B. -
Fulkerson, D. R. -
Johnson, S. M., Solution of a Long-Scale Travelling-Salesman Problem, in: Operations Research 1954, S.393 ff.
26. Doub, John C., Sales Projections, in: Marting, Elizabeth (Hrsg.), Case Studies in Production Forecasting, Planning and Control. Schriftenreihe der American Management Association, Bd.23, New York 1957.
27. Drake, Louis S., Effect of Product Mix Changes on Profit Variance, in: N. A. A. Bulletin, vol. XXXXIII, 1961/62, No.2, Section One.

28. Dorfman, R. -
Samuelson, P. A. -
Solow, R., Linear Programming and Economic Analysis.
New York - Toronto - London 1958.
29. Duncan, Arthur D., Long-Range Sales Forecast, in: Marting,
Elizabeth (Hrsg.), Case Studies in Production
Forecasting, Planning and Control, Schrif-
tenreihe der American Management Asso-
ciation, Bd.23, New York 1957.
30. Eisemann, Kurt, The Trim Problem. Management Science,
1957, S.279 ff.
31. Ehrenfried, Albert D., Techniques on Market Measurement, in:
Newgarden, Albert (Hrsg.), How to Plan
Products that Sell. Schriftenreihe der Amer-
ican Management Association, Bd.13, New
York 1958.
32. Ellinger, Theodor, Rationalisierung durch Standardkostenrech-
nung. Stuttgart 1954.
33. Ellinger, Theodor, Ablaufplanung. Grundfragen der Planung
des zeitlichen Ablaufs der Fertigung im Rah-
men der industriellen Produktion. Stuttgart
1959.
34. Eucken, Walter, Grundlagen der Nationalökonomie. 7. Aufl.,
Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959.
35. Flood, M. M., The Traveling-Salesman Problem, in:
Op. Research 1956, S.61 ff.
36. Förstner, Karl-Henn, Rudolf, Dynamische Produktionstheorie und lineare
Programmierung. Meisenheim 1957.
37. Frisch, Ragnar, Einige Punkte einer Produktionstheorie mit
Boden und Arbeit als Produktionsfaktoren,
in: Z.f.N., Bd.3, 1932, S. 64.
38. Fryburg, Hans, Die Bedeutung elektronischer Rechenanla-
gen für die betriebliche Planung, in: Be-
triebswirtschaftliche Planung in industriell-
en Unternehmungen, Abhandlungen aus
dem Industrieseminar der Universität Köln,
Festgabe für Prof.Dr.Theodor Beste, Heft
10, Berlin 1959.
39. Gälweiler, Alois, Produktionskosten und Produktionsgeschwin-
digkeit. Wiesbaden 1960.

40. Gass, Saul J., Linear Programming: Methods and Applications. New York - London 1958.
41. Gomory, R. E., Outline of an Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs, in: Bulletin of the American Mathematical Society 1958, S. 275 ff.
42. Gutenberg, Erich, Grundlagen der BWL, Bd. I: Die Produktion, 4. Aufl., Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958.
43. Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd. II: Der Absatz, 3. Aufl., Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959.
44. Harris, J., What Did We Earn Last Month?, in: N. A. C. A. Bulletin, January 1936.
45. Hasenack, Walter, Budgeteinführung und Betriebspsyche, in: Annalen der Betriebswirtschaft 1929/30.
46. Hax, Herbert, Lineare Planungsrechnung und Simplex-Methode als Instrumente betriebswirtschaftlicher Planung, Z.f.h.F. 1960, S. 578 ff.
47. Henzel, Fritz, Erfassung und Verrechnung der Gemeinkosten in der Unternehmung, Berlin-Wien 1931.
48. Jösch, H. C., Lineares Programmieren, Tübingen 1962.
49. Kalveram, Wilhelm, Industrielles Rechnungswesen, Bd. I: Doppelte Buchhaltung und Kontenrahmen, 3. Aufl., Wiesbaden o. J.
50. Kalveram, Wilhelm, Industrielles Rechnungswesen, Bd. III: Kostenrechnung, Wiesbaden 1957.
51. Käfer, Karl, Standardkostenrechnung. Budget-, Plan- und Maßkosten im Rechnungswesen des Betriebes. Zürich und Stuttgart 1955.
52. Kilger, Wolfgang, Der theoretische Aufbau der Kostenkontrolle, in: Z.f.B. 1959, S. 457 ff.
53. Kilger, Wolfgang, Flexible Plankostenrechnung. Köln und Opladen 1961.
54. Klingst, A., Einführung in die Matrizenrechnung, in: Adam, A. u. a. (Hrsg.), Anwendung der Matrizenrechnung auf wirtschaftliche und statistische Probleme, Würzburg 1959.
55. Koopmans, T. J., Activity Analysis of Production and Allocation. New York 1951.

56. Kosiol, Erich, Plankostenrechnung als Instrument moderner Unternehmensführung, Erhebungen und Studien zur grundsätzlichen Problematik, 2. Aufl., Berlin 1956.
57. Krelle, Wilhelm, Preistheorie, Tübingen - Zürich 1961.
58. Krelle, Wilhelm, Ganzzahlige Programmierung. Theorie und Anwendung in der Praxis, in: Unternehmensforschung. Operations Research 1958 (162). Lineare Programmierung. Zürich 1958.
59. Krelle, Wilhelm - Künzi, H. P., Plankosten im Verkauf. In: Z.f.B. 1950, S. 424 ff.
60. Kreuzer, Philipp, Marginal Costing, London 1947.
61. Lawrence, Humphreys, System einer Kosten- und Leistungsrechnung mit Plan- und Ist-Werten. Mainzer Dissertation 1958.
62. Link, Herbert, On the Solution of Discrete Programming Problems, in: Econometrica 1957 (84).
63. Markowitz, H. M., Application of Linear Programming to Investments in the Electric Power Industry. Manne, A. S., Management Science 1957, S. 149 ff.
64. Massé, P., Plankostenrechnung. Handbuch für die Praxis. Wiesbaden 1954.
65. Matz, Adolf, Kosten und Kostenrechnung, Bd. I, 3. Aufl., Berlin 1957.
66. Mellerovicz, Konrad, Long-Range Sales Planning, in: Ewing, David (Hrsg.), Long-Range Planning for Management. New York 1958.
67. Misenhimer, J. B., Technik und Anwendungsmöglichkeiten der dynamischen Planungsrechnung, Z.f.B., 29 (1959) 6, S. 357-365.
68. Munz, Max, Rechnung mit Grenzkosten als wirtschaftliche Gefahrenquelle? Frankfurt 1950.
69. Müller, Adolf, "Vollflexible" Plankostenrechnung zur Lösung der Kostenrechnungs- und Gewinnbeteiligungsprobleme, in: Z.f.B. 1951, S. 397 ff.
70. Neumayer, W. W., Gewinnermittlung und Gewinnverteilung durch "vollflexible" Plankostenrechnung, in: Z.f.B. 1951.
71. Neumayer, W. W.,

72. Nowak, Paul, Kostenrechnungssysteme in der Industrie, Köln und Opladen 1954.
73. Paulsson, Frenckner T., Bestimmung des Produktionsgramms als Anwendungsbeispiel der Linearplanung. Z.f.h.F. 1958, S.565 ff.
74. Plaut, Hans-Georg, Die Grenzplankostenrechnung, in: Z.f.B. 1953, 1. Teil, S.347 ff., 2. Teil, S.402 ff.
75. Plaut, Hans-Georg, Die Grenzplankostenrechnung, in: Z.f.B. 1955, S.25 ff.
76. Plaut, Hans-Georg, Die Grenzplankostenrechnung in der Diskussion und ihrer weiteren Entwicklung, in: Z.f.B. 1958, S.251 ff.
77. Plaut, Hans-Georg, Wo steht die Plankostenrechnung in der Praxis?, in: Z.f.h.F. 1952, S.396 ff.
78. Riebel, Paul, Das Rechnen mit Einzelkosten und Deckungsbeiträgen, in: Z.f.h.F. 1959, S.213 ff.
79. Rummel, Kurt, Einheitliche Kostenrechnung. 3. Aufl., Düsseldorf 1949.
80. Silk, Leonard S., Forecasting Business Trends. Consulting Reports on Current Business Problems, New York 1956.
81. Schäfer, Erich, Grundlagen der Marktforschung bei der Absatzplanung. 3. Aufl., Köln und Opladen 1953.
82. Schmalenbach, Eugen, Buchführung und Kalkulation im Fabrikgeschäft, Unveränderter Nachdruck aus der Deutschen Metallindustriezeitung, 15. Jahrgang 1899, Leipzig 1928.
83. Schmalenbach, Eugen, Der Kontenrahmen, 2. Aufl., Köln und Opladen 1930.
84. Schmalenbach, Eugen, Der Kontenrahmen, 4. Aufl., Leipzig 1935.
85. Schmalenbach, Eugen, Kostenrechnung und Preispolitik. 7. Aufl., Köln und Opladen 1956.
86. Schneider, Erich, Grundsätzliches zur Planung und Standardkostenrechnung, in: Z.f.h.F. 1940, S.252 ff.
87. Schneider, Erich, Die innerbetriebliche Leistungsverrechnung in der Kostenarten- und Kostenstellenrechnung, in: Z.f.h.F. 1941, S.251 ff.
88. Schneider, Erich, Die innerbetriebliche Leistungsverrechnung, in: Z.f.h.F. 1941, S.260 ff.

89. Schneider, Erich, Industrielles Rechnungswesen. 2. Aufl.,
Tübingen 1954.
90. Schneider, Erich, Wirtschaftslichkeitsrechnung, Bern, Tübingen 1951.
91. Schneider, Erich, Wirtschaftslichkeitsrechnung, 2. Aufl.,
Tübingen, Zürich 1957.
92. Schneider, Erich, Einführung in die Wirtschaftstheorie, Bd. II,
7. Aufl., Tübingen 1961.
93. Schuba, Kenneth F., Make or Buy Decisions - Cost and Non-
Cost Considerations, in: NAA Bulletin,
Vol. XXXI (1959/60), No. 7, Section One,
S. 53 ff.
94. Schwantag, Karl, Zins und Kapital in der Kostenrechnung,
Bad Oeynhausen, Minden, Leipzig, Berlin,
Frankfurt/M., o.J.
95. Schwantag, Karl, Zur Theorie und Praxis der Plankostenrechnung,
in: Z.f.B. 1952.
96. Schwantag, Karl, Kapazitätsplanung und lineare Planungsrechnung,
in: Gegenwartsfragen der Unternehmung,
Wiesbaden 1961.
97. Schwantag, Karl, Artikel "Plankostenrechnung", in: Hand-
wörterbuch der Sozialwissenschaften, 42.
Lieferung, Bd. 8, Stuttgart, Tübingen, Göttingen 1962.
98. v. Stackelberg, Heinrich, Grundlagen einer reinen Kostentheorie,
Wien 1932.
99. v. Stackelberg, Heinrich, Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre,
2. Aufl., Tübingen, Zürich 1951.
100. Stepf, W., Proportionalkostenrechnung in der Stahlbauindustrie,
in: Z.f.h.F. 1950, S. 168.
101. Vaszonyi, Andrew, Scientific Programming in Business and Industry.
New York 1958.
102. Welsch, Glenn A., Budgeting. Profit-Planning and Control,
Englewood Cliffs, N.J. 1957.
103. Wetzel, W., Theoretische Grundlagen des linearen Programmierens,
der Einsatz-Ausstoß-Analyse und der Spieltheorie.
In: Adam, A. u. a. (Hrsg.), Anwendung der Matrizenrechnung
auf wirtschaftliche und statistische Probleme.
Würzburg 1959.

104. Wille, Friedrich, Direktkostenrechnung mit stufenweiser Fixkostendeckung, in: Z.f.B. 1959, S. 737 ff.
105. Winkel, Harald, Methoden der linearen Planungsrechnung. Eine Einführung, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, 1960, 1, S. 19 ff.
106. Winkel, Harald, Dynamische Planungsrechnung (Dynamic Programming), in: Z.f.B. 1959, S. 261 ff.
107. Winkel, Harald, Das Dualproblem in der linearen Planungsrechnung. Unternehmensforschung, Operations Research, 1959, S. 119 ff.
108. Wittmann, Waldemar, Lineare Programmierung und traditionelle Produktionstheorie, in: Z.f.h.F. 1960, S. 1 ff.
109. o. V. N. A. C. A. Research Report: Direct Costing, in: N. A. C. A. Bulletin, Section Three, Research Series No. 23, April 1953.
110. o. V. Arbeitsgemeinschaft Planungsrechnung (AGPLAN) (Hrsg.), Fortschritte in der Planungsrechnung. Erweiterter Sonderdruck der Zeitschrift für Betriebswirtschaft (Z.f.B.), Wiesbaden 1955.
111. o. V. Refa (Hrsg.), Richtlinien und Anweisungen zur Durchführung der Arbeitsbewertung in der Praxis. Stuttgart 1948.
112. o. V. Zeitvorgabe. Refa-Buch, Bd. 2, München 1952.
113. o. V. Arbeitsgestaltung. Refa-Buch, Bd. 1, München 1952.
114. o. V. Materials and Methods of Sales Forecasting. Schriftenreihe der American Management Association, Bd. 27, New York 1957.

LEBENS LAUF

Am 30. August 1930 wurde ich als Sohn des Steuerberaters Hermann Falk in Markkleeberg bei Leipzig geboren. Von 1937 bis 1941 besuchte ich die Volksschule in Markkleeberg, von 1941 bis 1949 die Oberschule in Leipzig und Markkleeberg. Von 1949 bis 1956 befand ich mich aufgrund eines russischen Militärgerichtsurteils wegen antisowjetischer Propaganda in den Lagern Bautzen und Torgau. Nach vorzeitiger Entlassung und anschließender Flucht in die Bundesrepublik Deutschland studierte ich vom Wintersemester 1956 bis zum Sommersemester 1962 an der Technischen Hochschule Darmstadt und der Johannes Gutenberg-Universität Mainz Wirtschaftswissenschaften. Nach dem Sommersemester 1960 legte ich in Mainz das Diplom-Volkswirt-Examen ab. Vom Januar 1961 bis zum Dezember 1962 war ich als Forschungsassistent bei Professor Dr. Karl Schwantag beschäftigt. Während dieser Zeit übte ich gleichzeitig eine freiberufliche Tätigkeit als Steuerbevollmächtigter aus. Die mündliche Doktorprüfung bestand ich am 20. Dezember 1962. Seit dem 1. Januar 1963 bin ich als Organisationsassistent bei der IBM GmbH Sindelfingen tätig.

